Interacción Spin-orbita

✓ Supongamos que tenemos un átomo de un electrón con núcleo de carga Ze.

✓ En un sistema de referencia fijo al electrón, el núcleo del átomo (que tiene carga eléctrica positiva Ze) se mueve alrededor del e^- y de esta forma el electrón se encuentra en el centro de un aro de corriente eléctrica (generada por el movimiento del núcleo "visto" desde el electrón) que produce sobre el electrón un campo magnético $\vec{B}$ que claramente es <u>interno</u> al átomo.

✓ Este $\vec{B}$ interno "actúa" sobre el momento dipolar de spin del electrón $\vec{\mu}_s$ produciendo un torque

$$\vec{\tau} = \vec{\mu}_s \times \vec{B} \qquad (1)$$

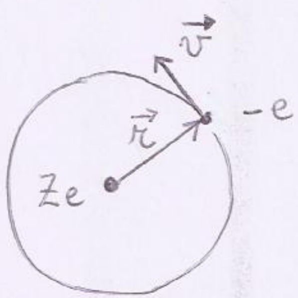
al que se asocia, como hemos visto anteriormente, una energía potencial magnética

$$U_{mag} = - \vec{\mu}_s \cdot \vec{B} \qquad (2) .$$

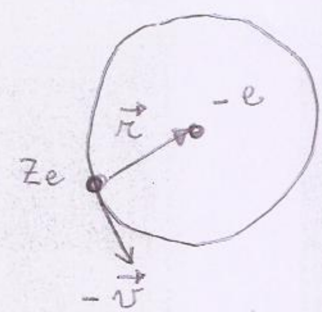
✓ A partir de la Ley de Biot-Savart (Ver Ecuación (28.2), pag. 958, Cap. 28, Física Universitaria con Física Moderna, Sears-Zemansky, Vol. 2, versión español, Edic. 12), el campo magnético que produce el núcleo del átomo en el sitio donde se encuentra el electrón viene dado por

$$\vec{B} = -\frac{Ze\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{v}\times\vec{r}}{r^3} \qquad (3),$$

donde para entender la expresión anterior hay que considerar las direcciones de $\vec{v}$ y $\vec{r}$ mostradas en la Fig. 8.7 del libro de Eisberg-Resnick.



Movimiento del electrón "visto" desde el núcleo



Movimiento del núcleo, "visto" desde el electrón.

✓ Hay que notar que en la fórmula (3), la velocidad $-\vec{v}$ es la velocidad del núcleo con respecto al electrón (representación gráfica a la derecha en la pag. 2) y $\vec{r}$ es el vector posición de la fuente del campo magnético (el núcleo) al punto donde se calcula el campo (el electrón), conforme a la teoría electromagnética.

✓ De acuerdo a la ley de Coulomb, el campo eléctrico que produce el núcleo en el sitio donde se encuentra el electrón es

$$\vec{E} = \frac{Ze}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3} \qquad (4)$$

Combinando (3) y (4) tenemos

$$\vec{B} = -\mu_0 \varepsilon_0 \vec{v} \times \vec{E} = -\frac{1}{c^2} \vec{v} \times \vec{E} \qquad (5),$$

donde la velocidad de la luz es $c = 1/\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$.

✓ La ecuación (5) se ha obtenido en el sistema de referencia en reposo con respecto al electrón.

✓ En este sistema de referencia obviamente el electrón se encuentra en reposo.

✓ El electrón se mueve con respecto al núcleo con una velocidad $\vec{v}$ en el campo eléctrico $\vec{E}$ que produce el núcleo.

✓ La ecuación (5) tiene validez general y, puede ser obtenida a partir de la Teoría de relatividad que no se considera en este curso.

✓ anteriormente hemos discutido que el momento dipolar magnético intrínseco (o de Spin) $\vec{\mu}_s$ se escribe como

$$\vec{\mu}_s = -\frac{g_s \mu_b}{\hbar} \vec{S} \qquad (6)$$

Combinando (2) y (6) obtenemos

$$U_{mag} = \frac{g_s \mu_b}{\hbar} \vec{S} \cdot \vec{B} \qquad (7)$$

√ Es importante recordar que la expresión (7) se ha obtenido en el sistema de referencia donde el electrón está fijo.

√ Al usar la Teoría de relatividad para obtener U_{mag} en el sistema de referencia fijo al núcleo, se obtiene que la energía U_{mag} en ese sistema es la mitad de lo que indica la ecuación (7). Quienes estén interesados en saber cómo se obtiene la energía U_{mag} en el sistema de referencia fijo al núcleo, pueden leer el apéndice J del libro de Eisberg-Resnick. Esta lectura no es obligatoria para este curso. Lo que causa el factor de 2 mencionado aquí es un efecto de transformación de velocidades en relatividad que se conoce como la Precesión de Thomas

A partir de este punto

$$U_{mag} = \frac{1}{2} \frac{g_s \mu_b}{\hbar} \vec{S} \cdot \vec{B} \qquad (8).$$

Ya que la fuerza que produce el campo eléctrico $\vec{E}$ sobre la carga del electrón es

$$\vec{F} = -e\,\vec{E} \qquad (9)$$

y como además

$$\vec{F} = -\frac{dU(r)}{dr}\left(\frac{\vec{r}}{r}\right) \qquad (10),$$

donde $U(r)$ es la energía potencial eléctrica, entonces combinando (9) y (10) se tiene

$$\vec{E} = \frac{1}{e} \frac{dU(r)}{dr} \left(\frac{\vec{r}}{r}\right) \qquad (11)$$

y con (5) y (11)

$$\vec{B} = -\frac{1}{c^2}\,\vec{v} \times \left(\frac{1}{e} \frac{dU(r)}{dr} \frac{\vec{r}}{r}\right) \qquad (12)$$

y con (8) y (12)

$$U_{mag} = \frac{1}{2}\,\frac{g_s \mu_b}{\hbar}\left(\vec{S}\cdot(\vec{r}\times\vec{v})\right)\left(\frac{1}{ec^2 r}\,\frac{dU(r)}{dr}\right) \quad (13).$$

Como el momento angular orbital $\vec{L}$ del electrón es

$$\vec{L} = m\,\vec{r}\times\vec{v} \quad (14),$$

juntando (13) y (14):

$$U_{mag} = \left(\frac{g_s \mu_b}{2emc^2\hbar}\right)\left(\frac{1}{r}\,\frac{dU(r)}{dr}\right)\vec{S}\cdot\vec{L} \quad (15)$$

Como $g_s = 2$ y $\mu_b = \frac{e\hbar}{2m}$

$$U_{mag} = \frac{1}{2mc^2}\,\frac{1}{r}\,\frac{dU(r)}{dr}\,\vec{S}\cdot\vec{L} \quad (16)$$

✓Esta ecuación fué derivada en 1926 por Thomas combinando el modelo de Bohr, la Teoría de Schrödinger y la cinemática relativista.

✓Sin embargo, está en total acuerdo con la mecánica cuántica relativista de Dirac.

✓ Leer y resolver los detalles del Ejemplo 8.3 del libro de Eisberg - Resnick.

→ estructura fina

✓ En ese ejemplo se comprueba que "el splitting" del estado $n=2$ $\ell=1$ del átomo de hidrógeno es aproximadamente

Hay que recordar que el ΔE de esta figura <u>no</u> es igual al ΔE que usa el libro de Eisberg - Resnick.

El desdoblamiento del estado $(n=2, \ell=1)$ del átomo de hidrógeno se debe a dos valores distintos de U_{mag} (ecuación (16)) debidos a dos distintas orientaciones <u>relativas</u> de $\vec{S}$ y $\vec{L}$. Es muy importante entender con lujo de detalles el ejemplo 8.3.

ΔE debido a la interacción spin-órbita es 4 órdenes de magnitud menor que la energía "original" (no perturbada).

✓ En el ejemplo 8.4 se hace un cálculo de la magnitud del campo magnético <u>interno</u> en un átomo como el de hidrógeno.

Este es el campo magnético que actúa sobre el momento dipolar magnético $\vec{\mu}_s$ del electrón.

✓ El resultado es $B \sim 1$ Tesla. Esto representa un campo magnético fuerte que se debe a la alta velocidad con la que se mueve el electrón ($\vec{v}$) en el campo electrico del núcleo ($\vec{E}$). Recordar la ecuación (5), pag. 3.

✓ Al igual que el ejemplo 8.3, el ejemplo 8.4 es muy importante para la comprensión física de la crucial interacción spin-orbita.