

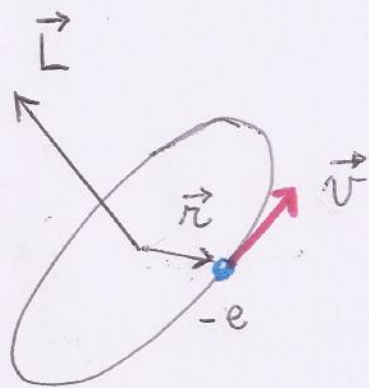
Introducción

- ✓ Seguimos estudiando Átomos de un electrón.
- ✓ Se discutirán experimentos a partir de los que se determina el momento angular orbital  $\vec{L}$  de un electrón atómico, mediante la medición del momento dipolar magnético orbital asociado  $\vec{\mu}_L$ .
- ✓ Se obtendrá una fórmula que relaciona a  $\vec{L}$  con  $\vec{\mu}_L$ .
- ✓ Se hará un recordatorio de la interacción entre un dipolo magnético y un campo magnético que es la base para realizar las mediciones de  $\vec{\mu}_L$  mencionadas anteriormente.

- ✓ A partir de los experimentos que se discutirán, descubriremos que el electrón tiene un momento angular intrínseco (spin)  $\vec{S}$  y un correspondiente momento dipolar magnético de spin  $\vec{\mu}_s$ .
- ✓ Se estudiará el efecto que tiene el spin del electrón ( $\vec{S}$ ) sobre los niveles de energía de átomos de un electrón.
- ✓ Se explicará como calcular la probabilidad por unidad de tiempo correspondiente a la transición de cualquier estado excitado de un átomo de un electrón a estados de energía mas bajos, emitiendo fotones que constituyen el espectro de líneas del átomo estudiado.

# Momento dipolar magnético orbital $\vec{\mu}_L$ <sup>3</sup>

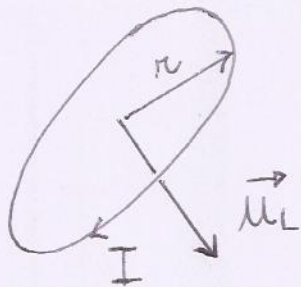
- ✓ Considere un electrón de masa  $m$  y carga eléctrica  $-e$  moviéndose con una velocidad de magnitud  $v$  en una órbita circular de Bohr..



El momento angular orbital del electrón es

$$\vec{L} = m \vec{r} \times \vec{v} \quad (1)$$

- ✓ El movimiento circular uniforme ( $v = \text{constante}$ ) del electrón es un "aro de corriente"  $I$  que tiene un momento dipolar magnético orbital asociado  $\vec{\mu}_L$  cuya dirección se muestra en la figura y cuya magnitud es



$$\mu_L = I \pi r^2 \quad (2)$$

✓ Ya que el electrón da una vuelta 4  
en un tiempo igual al período  $T$  del  
movimiento circular, la corriente eléctrica  
asociada a su movimiento viene dada  
por

$$I = \frac{e}{T} \quad (3)$$

donde

$$T = \frac{2\pi r}{v} \quad (4)$$

✓ Con (2), (3) y (4)

$$\mu_L = \frac{e}{2\pi r} \pi r^2 = \frac{1}{2} e r v \quad (5)$$

Además, (1)  $\Rightarrow L = m r v \quad (6)$

$$(5) \text{ y } (6) \Rightarrow \mu_L = \frac{e}{2m} L \quad (7)$$

✓ Viendo las figuras de la página 3, nos  
damos cuenta que  $\vec{\mu}_L$  y  $\vec{L}$  son vectores  
antiparalelos.

✓ Entonces 
$$\vec{\mu}_L = -\frac{e}{2m} \vec{L} \quad (8)$$

5

✓ Se define al magnetón de Bohr como

$$\mu_b = \frac{e\hbar}{2m} = 0,927 \times 10^{-23} \text{ A}\cdot\text{m}^2 \quad (9)$$

Con (8) y (9)

$$\vec{\mu}_L = -\frac{\mu_b}{\hbar} \vec{L} \quad (10)$$

Por razones que se justificarán plenamente luego, la ecuación (10) se escribe

$$\vec{\mu}_L = -g_L \frac{\mu_b}{\hbar} \vec{L} \quad (11),$$

donde  $g_L = 1$  se denomina factor  $g$  orbital.

✓ La ecuación (11) ha sido obtenida clásicamente.

✓ La fracción  $\frac{\mu_L}{L} = g_L \frac{\mu_b}{\hbar}$  que se obtiene

a partir de la ecuación (11), es la misma que se obtiene a partir del cálculo de

mecánica cuántica que es mucho más complicado que el que hemos realizado aquí. El cálculo mecánico-cuántico está por arriba de las expectativas de este curso, razón por la que vamos a tomar por cierta la ecuación (11) y a partir de ella escribir la magnitud y la componente Z del momento dipolar magnético orbital como

$$\mu_L = g_L \frac{\mu_B}{\hbar} L = g_L \frac{\mu_B}{\hbar} \sqrt{l(l+1)} \hbar = g_L \mu_B \sqrt{l(l+1)} \quad (12)$$

y

$$(\mu_L)_Z = -g_L \frac{\mu_B}{\hbar} L_Z = -g_L \frac{\mu_B}{\hbar} m_l \hbar = -g_L \mu_B m_l \quad (13)$$

Podemos escribir  $\mu_L = \mu_e \quad (14a),$

$(\mu_L)_Z = \mu_{LZ} \quad (14b),$

$g_L = g_e \quad (14c).$

✓ Debemos recordar que el torque que experimenta una "espira de corriente" cuyo momento dipolar magnético es  $\vec{\mu}_e$  en un campo magnético  $\vec{B}$  está dado por

$$\vec{\tau} = \vec{\mu}_e \times \vec{B} \quad (15)$$

y la energía potencial asociada a esta interacción es

$$U_{\text{mag}} = - \vec{\mu}_e \cdot \vec{B} \quad (16)$$

✓ ¿Qué ocurre con la energía de cada estado de un átomo hidrogenoide (de un electrón)?

- Como sabemos por el capítulo 7 del Eisberg - Resnick, la energía asociada a la autofunción  $\Psi_{n, \ell, m_{\ell}}(r, \theta, \phi)$  de un átomo hidrogenoide es

$$E_n = - \frac{\mu Z^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 2\hbar^2} \left( \frac{1}{n^2} \right) \quad (17),$$

donde hay que tener cuidado en esta fórmula porque la variable  $\mu$  aquí representa la masa reducida del sistema.

- Sabemos también que hay  $n^2$  autofunciones asociadas a la misma energía  $E_n$ . Esto es la degeneración.
- La ecuación (17) es válida para un electrón que no está "sometido" a un campo magnético.

Cuando existe un campo magnético, entonces se añade (a la ecuación (17)) la ecuación (16).

Si seleccionamos a  $\vec{B}$  a lo largo del eje  $z$  la energía potencial asociada a la interacción del momento dipolar magnético orbital  $\vec{\mu}_l$  y  $\vec{B}$



se escribe como

9

$$U_{\text{mag}} = -\mu_{e_z} B \quad (17).$$

(13) y (17)  $\Rightarrow$

$$U_{\text{mag}} = g_e \mu_b B m_e \quad (18).$$

Ahora la energía asociada a cada estado correspondiente a la autofunción  $\Psi_{n, m_e}$  es

$$E_{n, m_e} = -\frac{\mu Z^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 2\hbar^2} \left( \frac{1}{n^2} \right) + g_e \mu_b B m_e \quad (19).$$

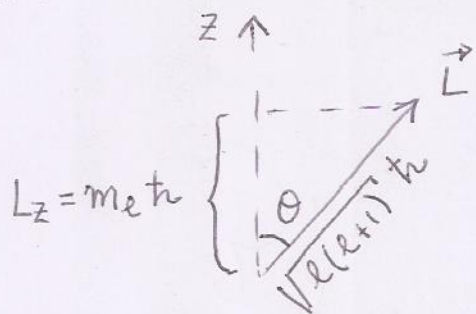
✓ La ecuación (19) dice que la degeneración en  $m_e$  es removida. No hay remoción completa de la degeneración porque (19) no depende del número cuántico  $l$ .

✓ ¿Qué produce el torque sobre el electrón?

10

✓ ¿Qué produce el torque sobre el momento angular orbital  $\vec{L}$  del átomo?

- Sabemos por el capítulo 7 del Eisberg-Resnick que  $\vec{L}$  forma un ángulo  $\theta$  constante con respecto al eje  $Z$  por cada valor del número cuántico  $m_l$ .



$$\cos \theta = \frac{m_l}{\sqrt{l(l+1)}} \quad (20)$$

- La interacción entre  $\vec{\mu}_l$  y  $\vec{B}$  añade el término  $\mu_B B m_l$  a la energía "original" del átomo  $\left( -\frac{\mu Z^2 e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 2\hbar^2} \frac{1}{n^2} \right)$ .

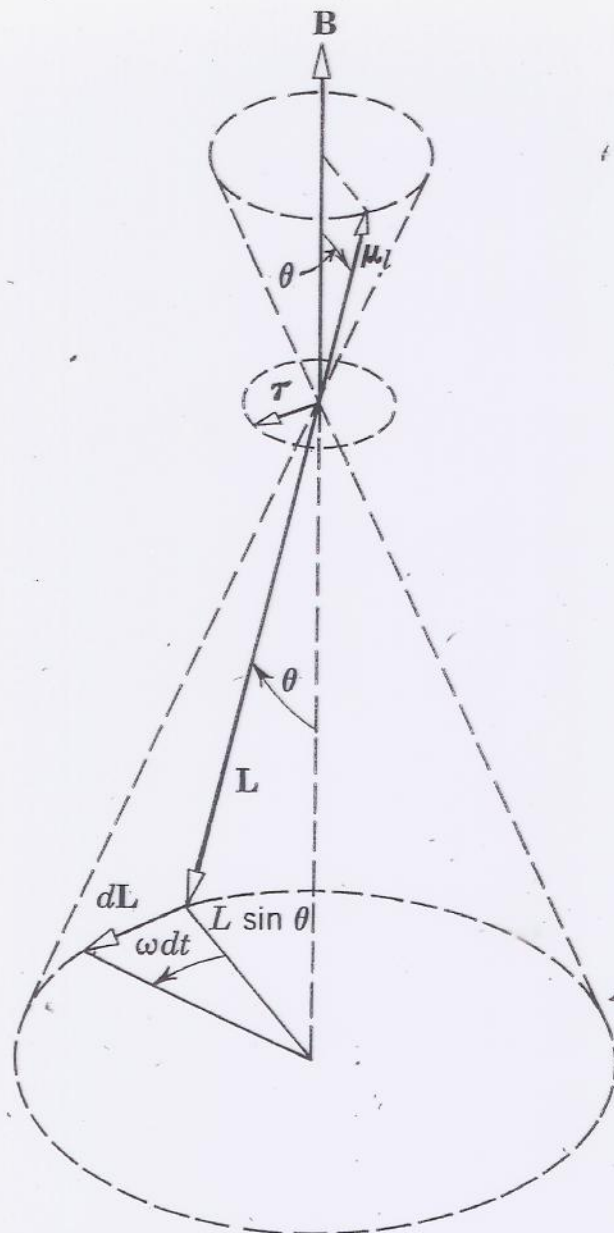
Al ser la energía  $U_{\text{mag}} = -\vec{\mu}_l \cdot \vec{B} = \mu_B B m_l$  constante (depende de  $m_l$  que es constante),  $\vec{\mu}_l$  no se puede "alinear" con  $\vec{B}$ .

- Entonces lo que ocurre es que el momento dipolar magnético angular  $\vec{\mu}_e$  precesa alrededor de la dirección de  $\vec{B}$  de tal forma que el ángulo  $\theta$  entre  $\vec{\mu}_e$  y  $\vec{B}$  permanece constante y las magnitudes de  $\vec{\mu}_e$  y  $\vec{B}$  también son constantes ( $U_{\text{mag}} = -\vec{\mu}_e \cdot \vec{B} = -\mu_e B \cos\theta$ ).
- El movimiento de precesión es una consecuencia de que el torque  $\vec{\tau} = \vec{\mu}_e \times \vec{B}$  es perpendicular a  $\vec{L}$ .

Ver Figura 8.2

Precesión de Larmor

$$\vec{\omega} = \frac{g_e \mu_B}{\hbar} \vec{B} \quad (21)$$



**FIGURE 8-2**

A torque  $\tau = \mu_l \times B = -(g_l \mu_b / \hbar) \mathbf{L} \times \mathbf{B}$  arises as the atom's magnetic dipole moment  $\mu_l$  interacts with the applied field  $\mathbf{B}$ . This torque gives rise to a change  $d\mathbf{L}$  in the angular momentum during time  $dt$ , according to a form of Newton's law,  $d\mathbf{L}/dt = \tau$ . The change  $d\mathbf{L}$  causes  $\mathbf{L}$  to precess through an angle  $\omega dt$ , where  $\omega$  is the precessional angular velocity. From the diagram, we see that  $dL = L \sin \theta \omega dt$ , or  $L \omega \sin \theta = dL/dt = \tau = (g_l \mu_b / \hbar) LB \sin \theta$ . So  $\omega = g_l \mu_b B / \hbar$ , as in (8-14).

De la figura :  $dL = L \text{ Sen } \theta \omega dt$

$$\Rightarrow \frac{dL}{dt} = \tau = L \text{ Sen } \theta \omega \quad (*)$$

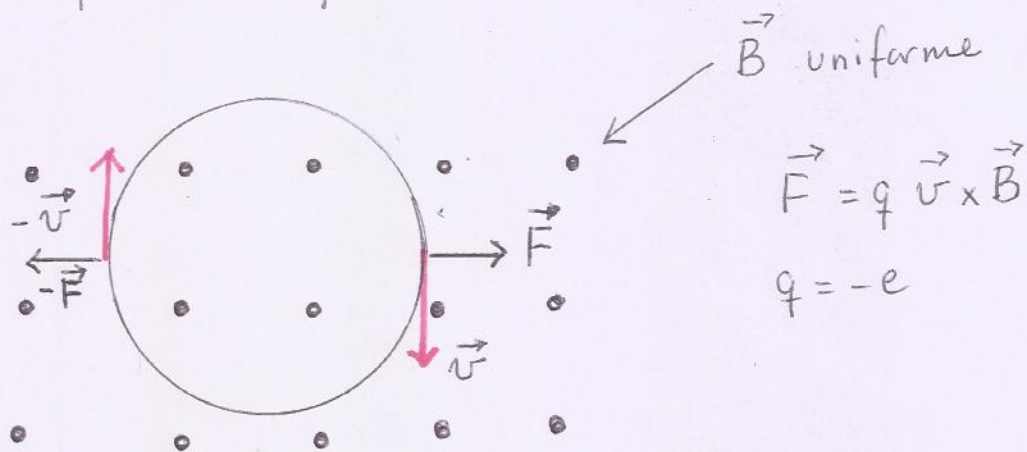
De resultados anteriores :  $\vec{\tau} = \vec{\mu}_l \times \vec{B}$

$$\vec{\mu}_l = -g_l \mu_b \vec{L} / \hbar \Rightarrow \tau = g_l \mu_b L \text{ Sen } \theta B / \hbar \quad (**)$$

Comparando (\*) y (\*\*)  $\Rightarrow \omega = g_l \mu_b B / \hbar$   
(Precesión de Larmor)

- ✓ La ecuación (21) ha sido obtenida a partir de argumentos clásicos.
- ✓ Usando mecánica cuántica se obtiene el mismo resultado en el sentido de que los valores esperados (promedio) de las componentes del vector  $\vec{\mu}_e$  perpendiculares a  $\vec{B}$  cambian cíclicamente en función del tiempo, de la misma forma que lo hacen las componentes perpendiculares a  $\vec{B}$  de un momento dipolar magnético clásico.
- ✓ Cuando se dice o se habla de la precesión de un momento dipolar magnético mecánico cuántico lo que estrictamente se está hablando es del cambio cíclico que experimentan los valores esperados de las componentes de  $\vec{\mu}_e$  perpendiculares a  $\vec{B}$ . La componente de  $\vec{\mu}_e$  en la dirección de  $\vec{B}$  es constante cuando  $\vec{\mu}_e$  precesa.

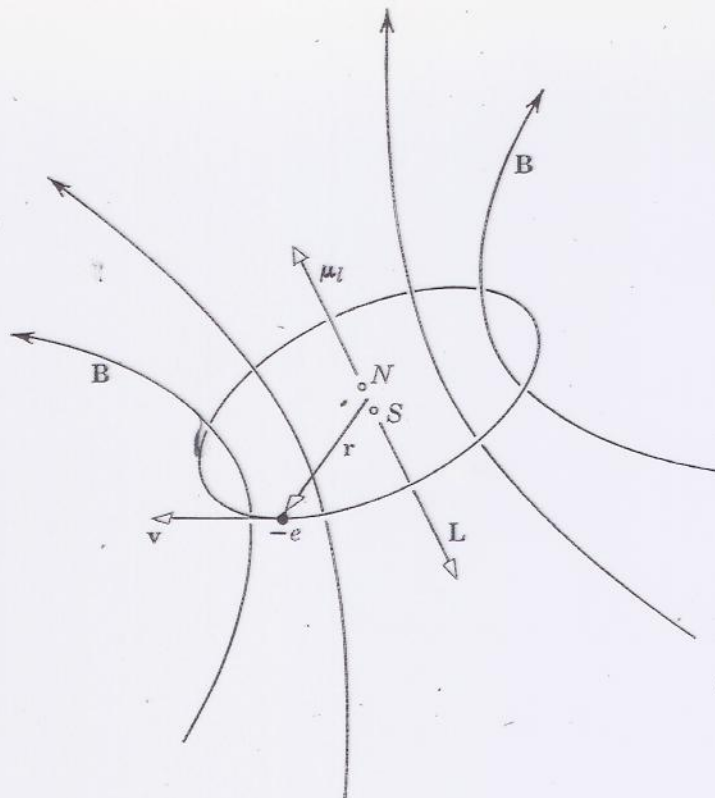
- ✓ Si el campo magnético  $\vec{B}$  es uniforme en el espacio, no habrá fuerza de traslación sobre el dipolo magnético.



Promediada a lo largo de la órbita circular que sigue el electrón, la fuerza magnética que éste experimenta es cero si  $\vec{B}$  es uniforme.

- ✓ Ver Figura 8.3 ( $\vec{B}$  no uniforme convergente)

En este caso, en cualquier punto de la órbita circular del electrón la fuerza magnética sobre éste tiene dos componentes: una componente radial hacia afuera y otra componente en la dirección en la que el campo magnético  $\vec{B}$  aumenta su intensidad. Cuando se determina el promedio



**FIGURE 8-1**

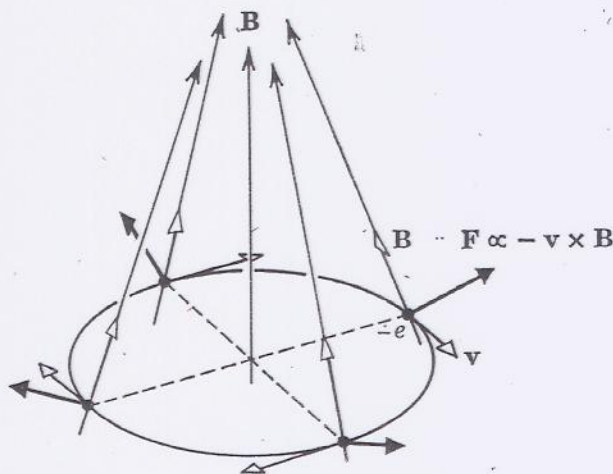
The orbital angular momentum  $L$  and the orbital magnetic dipole moment  $\mu_l$  of an electron  $-e$  moving in a Bohr orbit. The magnetic field  $B$  produced by the circulating charge is indicated by the curved lines. The fictitious magnetic dipole that would produce an identical field far from the loop is indicated by its poles  $N$ ,  $S$ .

Sec. 8-2

**FIGURE 8-3**

In a region where an applied field  $B$  is converging, an electron moves in a Bohr orbit with velocity  $v$ , the field exerting force  $F$  on the electron. Because the electron charge is negative,  $F \propto -v \times B$ . Regardless of the position of the electron in the orbit, this force has a component that is radially outward and a component in the direction towards which  $B$  becomes more intense. Averaged over the orbit, the radial component cancels, and the average force is in that direction (upward).

$$\vec{F} = q \vec{E} + q \vec{v} \times \vec{B}$$



$$\bar{F}_z = \frac{\partial B_z}{\partial z} \mu_{lz}$$

$\mu_{lz}$  = componente de  $\vec{\mu}_l$  a lo largo del eje  $z$

de ambas componentes a lo largo de la órbita circular el resultado es que la componente radial promedio de la fuerza es nula y la componente <sup>promedio</sup> en la dirección de crecimiento de  $\vec{B}$  tiene un valor distinto de cero que se demuestra igual a

$$\bar{F}_z = \frac{\partial B_z}{\partial z} \mu_{lz} \quad (22)$$

donde  $z$  es el eje coordenado a lo largo del que  $\vec{B}$  aumenta y  $\frac{\partial B_z}{\partial z}$  es la tasa a la cual aumenta el campo;  $\mu_{lz}$  está dado por la ecuación (13), esto es:

$$\mu_{lz} = -g_e \mu_B m_l \quad (23)$$

↖ valor mecánico-cuántico !!

✓ Un dipolo magnético en un campo magnético no-uniforme experimenta un torque que produce precesión y una fuerza que causa un desplazamiento.



## El spin del electrón. Experimento de Stern y Gerlach.

- ✓ En 1922 Stern y Gerlach hicieron un experimento en el que en principio podían determinar  $\vec{L}$  a partir del efecto que produce un campo magnético  $\vec{B}$  no uniforme sobre el momento dipolar magnético  $\vec{\mu}_e$  de átomos de plata (Ag).

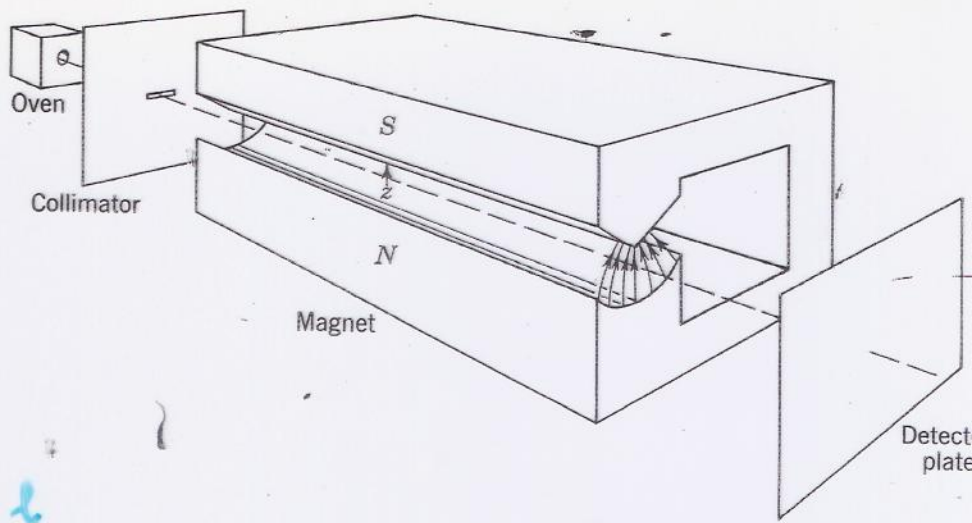
Ver Fig. 8.5 (Eisberg - Resnick)

- ✓ En el experimento se hace pasar un haz de átomos de plata por una región donde existe un campo magnético no uniforme que tiene una dirección positiva a lo largo del eje  $Z$  y que además crece en esa dirección, es decir,



$$\frac{\partial B_z}{\partial z} > 0. \text{ En la}$$

Figura el haz de átomos de plata está representado por el punto grande que se muestra entre el polo norte y el polo sur del imán usado en el experimento.



**FIGURE 8-5**

The Stern-Gerlach apparatus. The field between the two magnet pole pieces is indicated by the field lines drawn at the near end of the magnet. The field intensity increases in the positive  $z$  direction (upward).

$$\bar{F}_z = \frac{\partial B_z}{\partial z} \mu_{z2}$$

$$\mu_{z2} = -g_e \mu_B m_l$$

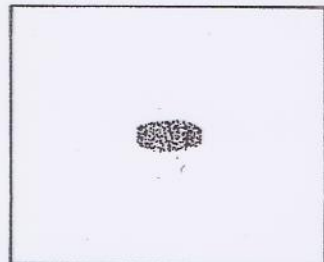
$$m_l = -l, -l+1, \dots, l-1, l$$

Stern - Gerlach  
Ag

Phipps - Taylor  
H  $l=0$

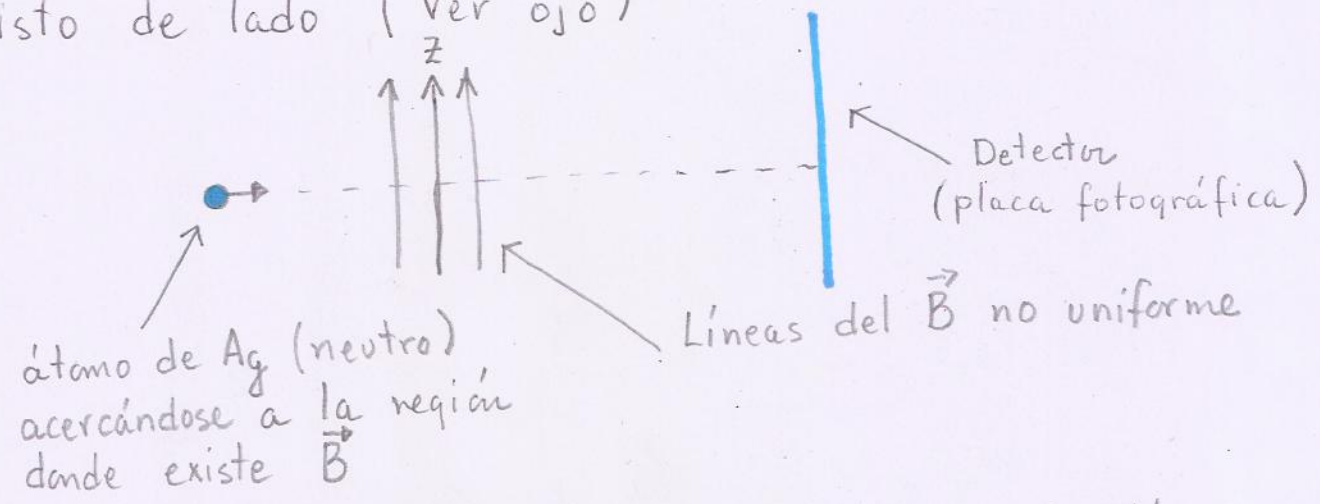


Observed



Classically predicted

✓ Visto de lado (Ver ojo)



✓ De acuerdo a la mecánica cuántica cada átomo del haz experimentaría una fuerza promedio (esperada)

$$\bar{F}_z = \frac{\partial B_z}{\partial z} \bar{\mu}_{ez} = \frac{\partial B_z}{\partial z} (-g_e \mu_B m_e) \quad (24);$$

donde se ha enfatizado la naturaleza cuántica de la variable  $\mu_{ez}$  colocándole el signo de barra que representa su valor esperado.

✓ Lo que hace la fuerza  $\bar{F}_z$  es desviar al átomo de Ag de la trayectoria horizontal punteada que se muestra en la figura a menos que  $m_e = 0$ .

✓ Es claro que si  $m_e \neq 0$ , entonces la fuerza

desviaría al átomo hacia arriba si  $m_e < 0$   
o hacia abajo si  $m_e > 0$ .

✓ La otra cosa importante es que si pudiésemos registrar de alguna forma los choques de los átomos del haz de plata que ocurren en el detector que se muestra en la Figura de la página 16, y si la fórmula (24) descubriera correctamente lo que pasa en la realidad, entonces, si los átomos de Ag. tuviesen un valor de número cuántico azimutal particular  $l \Rightarrow m_e$  tendría  $2l+1$  valores  $(-l, -l+1, \dots, l-1, l)$  y, por lo tanto, en el detector se registrarían  $2l+1$  grupos de choques espaciados discretamente en posiciones específicas determinadas por los valores de  $m_e$  asociados a los grupos de choques. Ya que  $l = 0, 1, 2, \dots$ , en cualquier caso, el detector registraría un número

impar de grupos de choques.

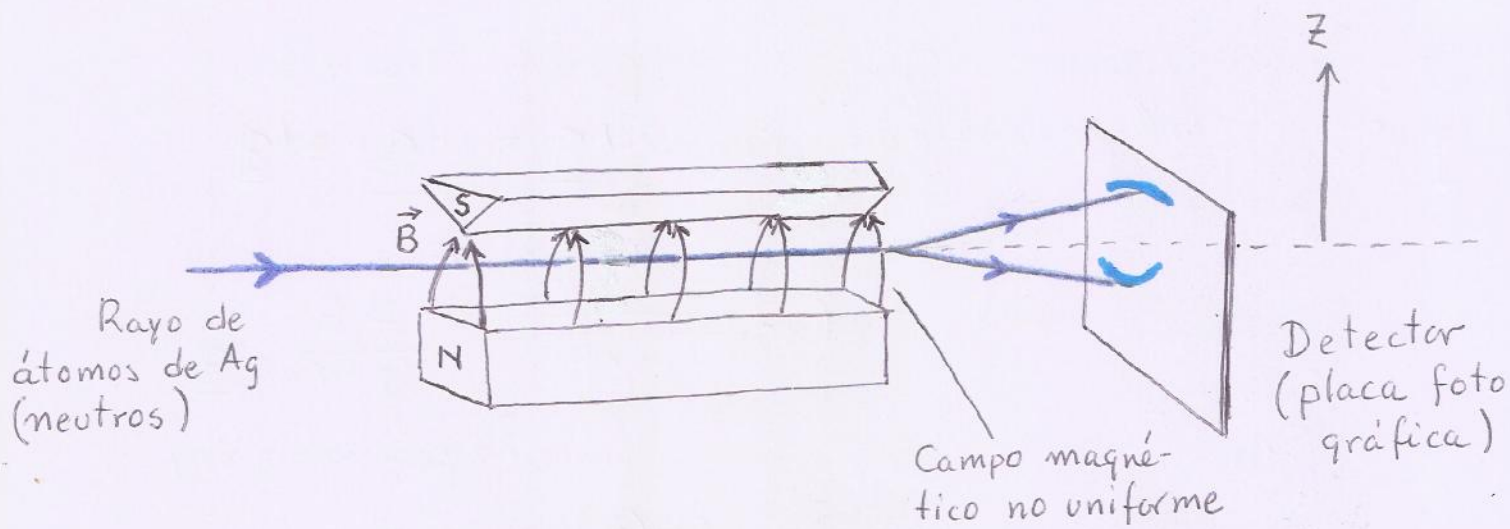
✓ Si la realidad fuese descrita por la física clásica y el átomo de Ag tuviese un momento dipolar magnético  $\vec{\mu}_e$ , los posibles valores de la componente  $z$  de  $\vec{\mu}_e$ , esto es  $\mu_{ez}$ , estarían contenidos en un rango continuo dado por

$$-|\vec{\mu}_e| \leq \mu_{ez} \leq |\vec{\mu}_e| \quad (25)$$

donde  $|\vec{\mu}_e|$  es la magnitud del vector  $\vec{\mu}_e$ .

En este caso, no se "verían" grupos discretos de choques en el detector sino una región extensa continua de choques.

✓ Stern y Gerlach observaron que el rayo de átomos de Ag es dividido en dos grupos distintos (discretos) de átomos, un grupo es desviado en la dirección positiva del eje  $z$  y otro grupo desviado en la dirección negativa del eje  $z$ . Ver Fig. 8.6 (Eisberg - Resnick)



✓ El resultado experimental es una evidencia (cualitativa) de la cuantización de la componente  $Z$  de los momentos dipolares magnéticos de los átomos y por lo tanto de los correspondientes momentos angulares. El experimento muestra que la orientación de los átomos en el espacio está cuantizada. Este fenómeno se llama Cuantización espacial.

✓ Pero el resultado del experimento de Stern-Gerlach no es cuantitativamente consistente con la fórmula de  $\bar{F}_z = - \frac{\partial B_z}{\partial z} g_e \mu_B m_e$  ( $m_e = \underbrace{-l, -l+1, \dots, l-1, l}_{2l+1 \text{ valores de } m_e}$ )

porque lo que se "observa" en el detector (placa fotográfica) es un número par de grupos y no un número impar como predice la fórmula de  $\bar{F}_z$ .

- ✓ El hecho de que el rayo de átomos de plata es dividido en dos componentes solamente indica que hay algo malo en la Teoría de Schrödinger del átomo o que la Teoría está incompleta.
- ✓ La Teoría está incompleta. ¿Por qué? Por los resultados obtenidos por Phipps y Taylor en 1927 usando la técnica de Stern-Gerlach para estudiar un rayo de átomos de hidrógeno en su estado base ( $n=1, l=0, m_l=0$ ).

Ya que en este caso  $m_l=0$ , se espera, según la ecuación de  $\bar{F}_z = -\frac{\partial B_z}{\partial z} g \mu_B m_l$ , que la fuerza sobre cada átomo de hidrógeno sea cero y que el haz de hidrógeno no se desvíe al atravesar el aparato de Stern-Gerlach.

- ✓ Sin embargo, Phipps y Taylor observaron que el haz de átomos de hidrógeno se dividía en dos grupos de átomos simétricos como los que se muestran en la figura de la página 19.
- ⇒ Hay un momento dipolar magnético que no se ha considerado hasta este momento en la Teoría de Schrödinger. La teoría no está completa.
- ✓ Una posibilidad es que el momento dipolar magnético que no se ha considerado hasta ahora se deba al movimiento de cargas eléctricas (protones) en el núcleo. En este caso, la magnitud del momento dipolar magnético de un protón sería proporcional a  $\frac{eh}{2M}$ , donde  $M$  es la masa del protón que es aproximadamente 2000 veces mayor que la masa del electrón.



✓ En este punto es importante mencionar que el momento dipolar magnético que se mide experimentalmente (con aparatos como el de Stern-Gerlach, por ejemplo) resulta que tiene un valor del orden

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} \quad (m = \text{masa del electrón})$$

y, por lo tanto, es 2000 veces mayor que el momento dipolar magnético que pudiese originarse en el núcleo del átomo.

⇒ Se descarta la posibilidad de que el momento dipolar magnético que no se ha incluido en la teoría de Schrödinger provenga del núcleo del átomo.

¿Qué se hizo para completar la Teoría?

Suposiciones !!!

- 1) Se supone que el electrón tiene un momento dipolar magnético intrínseco  $\vec{\mu}_s$  debido a un momento angular intrínseco  $\vec{S}$  denominado spin del electrón.
- 2) Se supone que la magnitud  $S$  y la componente  $Z$ ,  $S_z$ , del momento angular intrínseco  $\vec{S}$  están relacionadas a dos números cuánticos  $s$  (minúscula) y  $m_s$ , mediante fórmulas de cuantización similares a las expresiones de cuantización correspondientes al momento angular orbital  $\vec{L}$ . Esto es

$$S = \sqrt{s(s+1)} \hbar \quad (26)$$

$$S_z = m_s \hbar \quad (27)$$

- 3) Se supone que la forma de la ecuación que vincula al momento dipolar magnético intrínseco  $\vec{\mu}_s$  y el momento angular intrínseco  $\vec{S}$  es similar a la ecuación que relaciona el momento dipolar magnético orbital  $\vec{\mu}_l$  y el momento angular orbital  $\vec{L}$ . Esto es

$$\vec{\mu}_s = - \frac{g_s \mu_B}{\hbar} \vec{S} \quad (28),$$

donde  $g_s$  se denomina factor  $g$  de spin.

A partir de (28), (27) y (26)

$$\mu_s = g_s \mu_B \sqrt{s(s+1)} \quad (29)$$

$$\mu_{sz} = -g_s \mu_B m_s \quad (30)$$

- 4) Se supone, a partir del resultado experimental de que el rayo de hidrógeno en el experimento de Phipps y Taylor se dividió en dos componentes simétricas y que, en consecuencia,  $\mu_{sz}$  puede tener solo dos valores de igual magnitud pero con signo opuesto, que los posibles valores de  $m_s$

están en el rango entre  $-s$  y  $s$ ; y que la diferencia entre valores adyacentes es 1, similar a lo que ocurre con los números cuánticos  $m_l$  y  $l$  asociados al momento angular orbital  $\vec{L}$ .

En base a esta suposición y al resultado experimental (Phipps-Taylor)

$$m_s = -s, s \quad (31)$$

$$y \quad \Delta m_s = s - (-s) = 1 \quad (32)$$

$$\Rightarrow 2s = 1 \Rightarrow s = 1/2$$

$$\Rightarrow m_s = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \quad (33)$$

¿Cuál es el valor de  $g_s$ ?

Volviendo al experimento con rayo de hidrógeno de Phipps y Taylor, ya que  $m_l = 0$  y  $m_s = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ , entonces la fuerza esperada  $\bar{F}_z$  (Ver ecuación (24)) no se debe a la parte orbital pues  $m_l = 0$  sino a la parte de spin. Siendo así,  $\bar{F}_z$  se puede escribir como

$$\bar{F}_z = -\frac{\partial B_z}{\partial z} g_s \mu_B m_s \quad (34)$$

✓ Como se muestra en el ejemplo 8.2 (resuelto en el libro de Eisberg - Resnick, leer este ejemplo), es posible determinar la fuerza  $\bar{F}_z$  a partir de la separación entre los dos grupos de átomos de hidrógeno que se registran en la placa fotográfica (detector) del montaje experimental.

✓ Además,  $m_b$  es conocido ( $m_b = \frac{e\hbar}{2m}$ ) y  $\frac{\partial B_z}{\partial z}$  puede ser medido. De esta forma, a partir de (34)

$$g_s m_s = - \frac{\bar{F}_z}{\frac{\partial B_z}{\partial z} m_b} \quad (35)$$

Por todo lo dicho en las pags. 25 y 26, el lado derecho de (35) puede ser determinado.

Se ha encontrado que

$$g_s m_s = \pm 1 \quad (36)$$

✓ Como  $m_s = \pm \frac{1}{2}$ , entonces

$$g_s = 2 \quad (37)$$

## El splitting (Breve mención del Efecto Zeeman)

- ✓ Estando en su estado base ( $n=1, l=0, m_l=0$ ), un átomo de hidrógeno no tiene momento angular orbital  $\vec{L}$  y por lo tanto no tiene el correspondiente momento dipolar magnético  $\vec{\mu}_l$ .
- ✓ Sin embargo, el electrón tiene intrínsecamente un momento angular de spin  $\vec{S}$  (en muchos casos denominado simplemente "Spin") y su correspondiente momento dipolar magnético de spin (o intrínseco)  $\vec{\mu}_s$ .
- ✓ Esto implica que al colocar al átomo en una región donde existe un campo magnético externo  $\vec{B}_{ext}$ , se modifica la energía de su estado base que originalmente (sin campo aplicado)

es

28

$$E_1 = -13.6 \text{ eV} \quad (38)$$

a

$$E_1' = -13.6 \text{ eV} + U_{\text{mag}} \quad (39)$$

con  $U_{\text{mag}} = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B}_{\text{ext}} = -\mu_{sz} B_{\text{ext},z} \quad (40) *$

\* (se supone que  $\vec{B}_{\text{ext}}$  está a lo largo del eje  $z$ ) ↗ estado base del

Con (38), (39) y (40), la "nueva" energía del electrón al ser colocado en un campo magnético externo  $\vec{B}_{\text{ext}}$  viene dada por

$$E_{2, m_s} = -13.6 \text{ eV} + (g_s \mu_B B_{\text{ext},z}) m_s \quad (41).$$

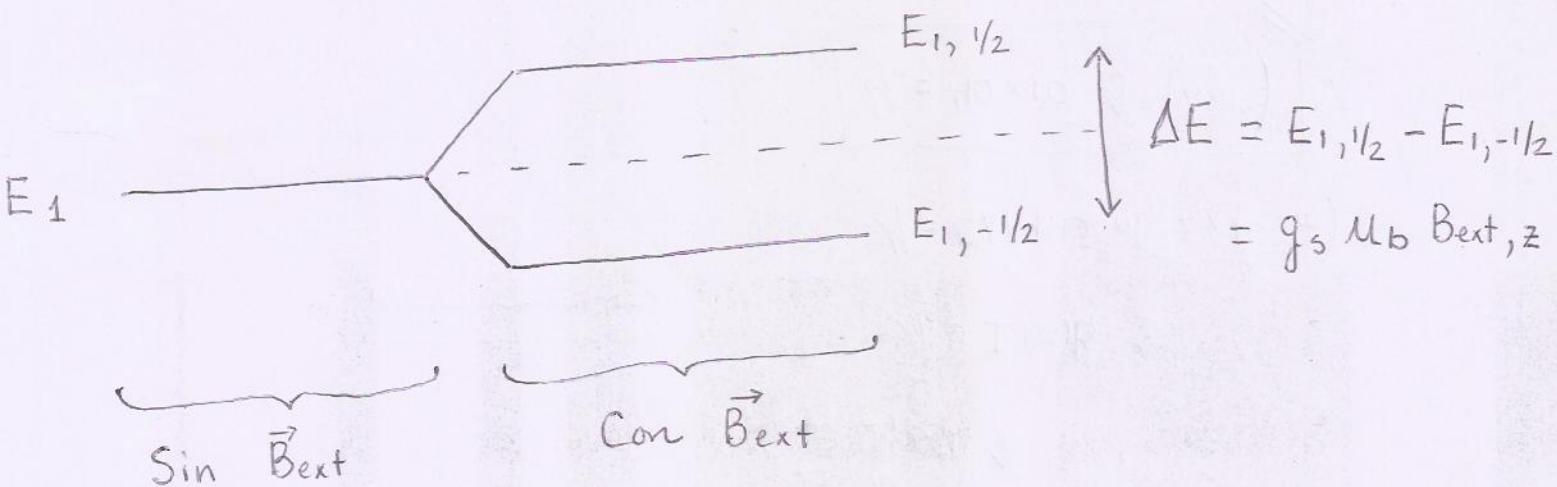
Como  $m_s$  tiene dos posibles valores ( $m_s = \pm \frac{1}{2}$ ), entonces existen ahora dos valores de energía  $E_{2, 1/2}$  y  $E_{2, -1/2}$ . Esto quiere decir que cuando el átomo de hidrógeno en estado base se coloca en un campo magnético externo, el nivel original que existía antes de aplicar el

campo que tenía una energía de  $-13.6 \text{ eV}$ , <sup>29</sup>  
 se convierte (o se divide; de allí el título  
 "El splitting") en dos niveles (llamados frecuentemente  
 "doblete") con energías:

$$E_{1,1/2} = -13.6 \text{ eV} + (g_s \mu_b B_{\text{ext},z}) \frac{1}{2} \quad (42)$$

$$E_{1,-1/2} = -13.6 \text{ eV} - (g_s \mu_b B_{\text{ext},z}) \frac{1}{2} \quad (43)$$

Es útil representar "el splitting" gráficamente



Nota: Tenga cuidado con la notación que usa el Eisberg-Resnick para la energía  $U_{\text{mag}}$ . En el libro,



el símbolo que se usa para  $U_{\text{mag}}$  es  $\Delta E$  que no corresponde al  $\Delta E$  que se muestra en la representación gráfica del "splitting" de la página 29.

- ✓ En este documento  $\Delta E$  representa la diferencia en energía de los dos niveles ( $n=1, m_s=1/2$  y  $n=1, m_s=-1/2$ ) en los que "se divide" el estado base de un átomo de hidrógeno cuando éste se coloca dentro de un campo magnético externo.
- ✓ Este "splitting" se conoce como Efecto Zeeman.
- ✓ Cada uno de los nuevos niveles de energía se coloca simétricamente por arriba y por debajo del nivel de energía original  $E_1$ , como se observa en el gráfico de la página 29.

✓ Ya que  $\Delta E = g_s \mu_b B_{ext,z}$  (44), 31

es claro que si se determinan experimentalmente  $\Delta E$  y  $B_{ext,z}$  lo cual se ha hecho, es posible obtener el valor del factor  $g$  de spin ( $g_s$ ) pues  $\mu_b$  (magneton de Bohr =  $\frac{e\hbar}{2m}$ ) es conocido.

✓ Estas mediciones se han hecho con técnicas bastante precisas llegándose a obtener un valor para  $g_s = 2.00232$ .

✓ En realidad es suficiente usar  $g_s = 2$  en nuestros cálculos.

✓ Lo más importante es recordar que mientras que  $g_s$  (Ver ecuación (28)) es igual a

$$g_s = \frac{\hbar}{\mu_b} \frac{|\vec{\mu}_s|}{|\vec{S}|} \quad (45)$$

$g_l$  es (Ver ecuación (11))

$$g_l = \frac{\hbar}{\mu_b} \frac{|\vec{\mu}_l|}{|\vec{L}|} \quad (46)$$

Ya que  $g_s = 2$  y  $g_e = 1$ , (45) y (46) implican que

$$\Rightarrow \frac{|\vec{\mu}_s|}{|\vec{S}|} = 2 \frac{|\vec{\mu}|}{|\vec{L}|} \quad (47)$$

- ✓ La ecuación (47) pudiese ser interpretada de la siguiente forma: El efecto del spin  $\vec{S}$  sobre su correspondiente momento dipolar magnético  $\vec{\mu}_s$  es el doble del efecto del momento angular  $\vec{L}$  sobre su correspondiente momento dipolar magnético  $\vec{\mu}_L$ .
- ✓ La otra cosa importante que hay que recordar es que (ver ecuaciones (11) y (28))  $\vec{\mu}_s$  es antiparalelo a  $\vec{S}$  y  $\vec{\mu}_L$  también es antiparalelo a  $\vec{L}$ . Esto se debe a que el electrón tiene una carga eléctrica negativa.

(Leer Ejemplo 8.2) (Leer el resto de la Sección 8.3 del Eisberg - Resnick después del Ejemplo 8.2)

## Comentarios sobre el Spin del electrón

- ✓ Goodsmiit y Uhlenbeck, siendo estudiantes de post-grado en 1925, introdujeron el Spin del electrón.
- ✓ Lo hicieron porque estaban tratando de entender por qué ciertas líneas de los espectros ópticos del hidrógeno y de átomos alcalinos eran realmente "dobletes" constituidos por dos líneas sumamente cercanas.
- ✓ Ya que las líneas de <sup>los</sup>dobletes observados están muy cerca una de la otra, si el montaje experimental para observarlas tuviera una resolución pobre, sería imposible poder distinguir la separación entre ellas y por lo tanto lo que se observaría sería una línea ancha.
- ✓ Con el uso de montajes <sup>experimentales</sup> con un poder de resolución adecuado puede distinguirse la estructura que existe en esta ancha línea, en este caso sería una estructura formada por dos líneas. A esta estructura se le denomina "estructura fina".

- ✓ En la Sección 4.10 del libro de Eisberg - Resnick pueden leer el Modelo de Sommerfeld (aplicación de las denominadas Reglas de cuantización de Wilson - Sommerfeld (Sección 4.9) que fue un intento para explicar la estructura fina del espectro del átomo de hidrógeno. La lectura de estas dos secciones, aunque no es evaluada en este curso, es importante si se desea entender como evolucionó la comprensión del átomo de hidrógeno hasta que Paul Dirac desarrolló una teoría relativista de la mecánica cuántica que está muy por arriba de los objetivos de este curso.
- ✓ Hay que recordar que la teoría de Schrödinger es una teoría cuántica no relativista basada en la ecuación  $E = \frac{p^2}{2m} + V$ . La teoría de Dirac se basa en la ecuación relativista  $E = \sqrt{c^2 p^2 + (m_0 c^2)^2} + V$  usando las mismas asignaciones

entre variables físicas y operadores postulados por Schrödinger.

✓ Dirac mostró que un electrón debe tener un momento angular intrínseco  $\vec{S}$  con un número cuántico  $s = 1/2$  y un momento dipolar magnético intrínseco con un factor  $g$  asociado ( $g_s$ ) igual a 2, en perfecta coincidencia con los resultados experimentales.

✓ El logro de Dirac fue un triunfo de la Teoría de Relatividad con el que se fundamenta teóricamente el Spin del electrón y de paso se muestra que el Spin del electrón es un concepto relativista que no tiene análogo clásico.

Se sugiere al estudiante leer con detenimiento la sección 8.3 del Libro de Eisberg-Resnick para complementar lo que se ha escrito en este documento.