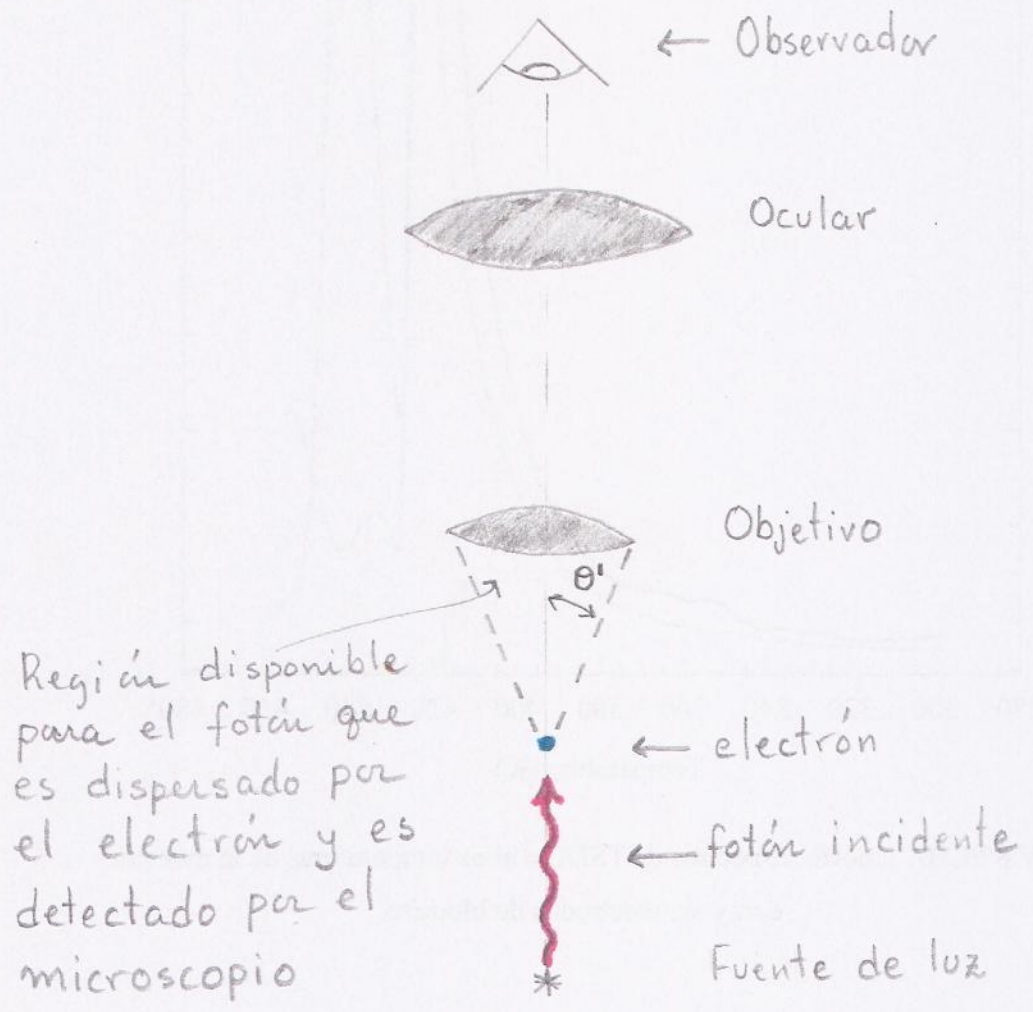
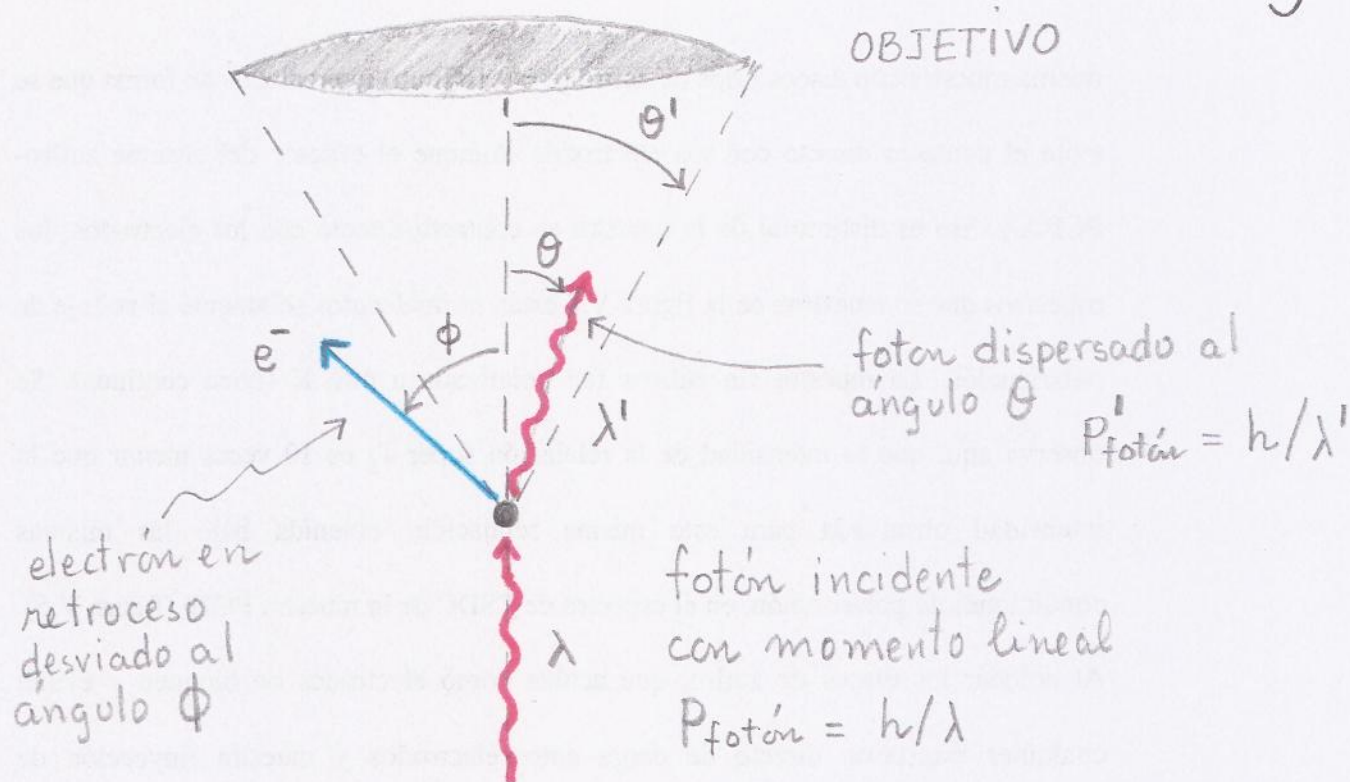


Origen Físico del Principio de Incertidumbre

- ✓ "Experimento" pensado de Bohr
Se propone medir, tan exactamente como sea posible, la posición de una partícula "puntual" como un electrón. (Ver Fig. 3.6, Eisberg-Resnick, pag. 93)
- ✓ Se utiliza un microscopio para observar un electrón.
- ✓ Para poder ver al electrón hay que iluminarlo pues el observador lo que ve son los fotones de luz que el electrón dispersa.
- ✓ El solo acto de observar al electrón lo perturba!!
- ✓ Cuando se ilumina al electrón, este retrocede por el efecto Compton de tal modo que no se puede determinar completamente su estado después de la interacción.
- ✓ Si no se ilumina al electrón, no puede ser observado (detectado, medido).
- ✓ El principio de incertidumbre indica que siempre existe una interacción indeterminada entre el observador y lo observado. No hay forma de evitar esta interacción.

- ✓ En el caso del experimento en el que se utiliza un microscopio para observar (detectar) un electrón, se puede reducir la perturbación al electrón lo más posible, utilizando una fuente de luz de baja intensidad.
- ✓ La fuente de menor intensidad que sirve a ese propósito es una a partir de la que se observa al electrón solo si un solo fotón dispersado incide sobre el lente objetivo del microscopio.
(Sears - Zemansky, Vol. 2, Sección 34.8 sobre el microscopio)





✓ Conservación de momento lineal en $x \Rightarrow$

$$P'_{\text{fotón}} \text{Sen} \theta - p_{e^-} \text{Sen} \phi = 0$$

✓ Como el fotón incidente no tiene componente x de momento lineal y el electrón inicialmente se supone en reposo, entonces el cambio en la componente x del momento lineal del fotón es $P'_{\text{fotón}} \text{Sen} \theta$ y el cambio en la componente x del electrón es $-p_{e^-} \text{Sen} \phi$. Esto es

$$(\Delta P_{\text{fotón}})_x = -(\Delta p_{e^-})_x \quad (*)$$

✓ De la figura se observa que el fotón puede ser registrado con una componente x de momento lineal con valores entre $-P'_{\text{fotón}} \text{Sen} \theta'$ y $P'_{\text{fotón}} \text{Sen} \theta'$.

- ✓ Suponiendo que el fotón dispersado tiene una longitud de onda λ' cercana a la del fotón incidente λ , entonces la incertidumbre en el valor de la componente x del momento lineal del fotón puede escribirse como

$$P'_{\text{fotón}} \text{Sen} \theta' - (-P'_{\text{fotón}} \text{Sen} \theta') = 2 P'_{\text{fotón}} \text{Sen} \theta' = 2 P_{\text{fotón}} \text{Sen} \theta' \\ = 2 \frac{h}{\lambda} \text{Sen} \theta'$$

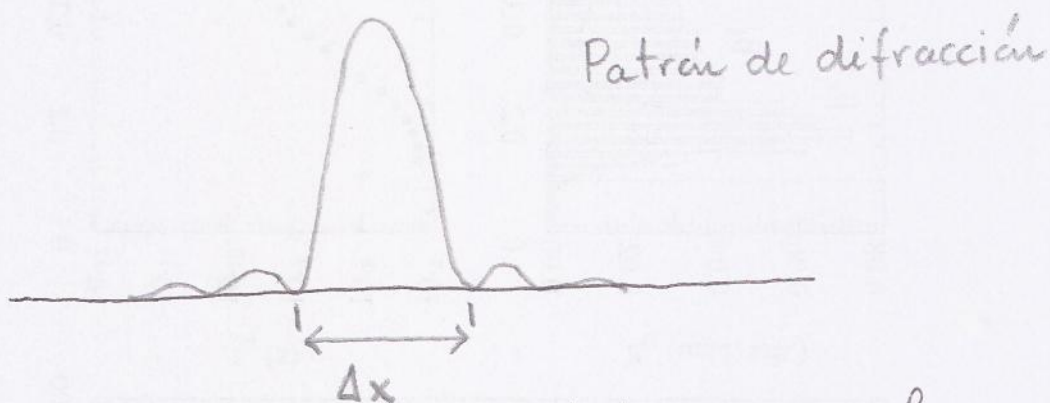
- ✓ Debido a (*), la incertidumbre en el valor de la componente x del momento lineal del electrón (valor absoluto) es

$$\Delta p_x = 2 \frac{h}{\lambda} \text{Sen} \theta' \quad (**)$$

- ✓ A partir de (**), se podría usar luz de longitud de onda mayor o un microscopio con un lente objetivo que tenga un ángulo θ' menor o ambas cosas, para reducir la incertidumbre en el valor de la componente x (p_x) del momento lineal del electrón medida en el experimento.

✓ En este punto de esta argumentación hay que traer a colación: ¿Qué pasa con la medición de la posición x del electrón?

✓ Hay que recordar que la imagen de un punto (como se supone que es un e^-) en un microscopio no es un punto sino un patrón de difracción



✓ Si como medida de la incertidumbre en la componente x de la posición del electrón se toma la distancia Δx del patrón de difracción ^{si además} a partir de óptica se sabe que el poder de resolución de un microscopio puede expresarse

como
$$\Delta x = \frac{\lambda}{\text{Sen } \theta'} \quad (***)$$

entonces el único fotón disponible debió haberse originado en alguna región Δx de tamaño Δx alrededor del eje del microscopio. Esto significa que la incertidumbre en la posición del electrón es Δx .

✓ No se puede saber de dónde exactamente sale un fotón específico. Un número grande de fotones contribuyen a la formación del patrón de difracción.

- ✓ Ya que $\Delta x = \frac{\lambda}{\text{Sen}\theta'}$, entonces para reducir Δx podríamos usar luz de longitud de onda menor y un microscopio con un lente objetivo con ángulo θ' mayor.
- ✓ Pero considerando que $\Delta p_x = 2h \frac{\text{Sen}\theta'}{\lambda}$, si usamos una longitud de onda menor y/o un microscopio con lente objetivo con ángulo θ' mayor, entonces estaríamos haciendo a Δp_x más grande.
- ✓ En realidad cada vez que se hace una de las incertidumbres menor, la otra se deteriora y se hace mayor.
- ✓ No podemos hacer Δx y Δp_x arbitrariamente pequeña como quisiéramos.
- ✓ $\Delta p_x \Delta x = \left(2h \frac{\text{Sen}\theta'}{\lambda} \right) \left(\frac{\lambda}{\text{Sen}\theta'} \right) = 2h \gg h/2$
- ✓ El principio de incertidumbre es una consecuencia de la cuantización de la radiación:
 - Se necesita al menos un fotón para "observar" a un electrón.
 - La interacción del fotón con el electrón, perturba

al electrón de una forma que no puede ser ni predicha ni controlada.

- Si la física clásica fuese válida, y por lo tanto "la radiación fuese continua en lugar de granulos", podríamos reducir la iluminación (intensidad de la luz) a niveles arbitrariamente pequeños, impartiendo un momento lineal al electrón arbitrariamente pequeño y, a la vez, localizando al electrón exactamente al usar luz de longitudes de onda arbitrariamente pequeñas.
- Bajo esta condición, no existirían cotas inferiores simultáneas (dependientes una de la otra) para las precisiones con las que se pudiesen medir la posición y el momento lineal de una partícula, es decir, no existiría el principio de incertidumbre.
- Pero esto no es posible porque el fotón que nos permite hacer una observación del electrón es indivisible y tiene una energía $h\nu$ que además conecta al momento impartido al electrón con la longitud de onda a través de la ecuación $\lambda = c/\nu$.

- De $\Delta p_x \Delta x \geq \hbar/2$ se sigue que la constante de Planck es un indicador de la mínima perturbación (no controlable) que diferencia a la física cuántica de la física clásica.

El principio de incertidumbre escrito como

$$\underline{\Delta E \Delta t \geq \hbar/2}$$

- ✓ Consideremos un electrón libre que se mueve a lo largo del eje x , cuya energía puede escribirse como $E = p_x^2/2m$, donde $p_x = m v_x$.
- ✓ Si la incertidumbre en p_x es Δp_x , entonces la incertidumbre en E será $\Delta E = \frac{p_x}{m} \Delta p_x = v_x \Delta p_x$, donde v_x se puede interpretar como la velocidad de retroceso (a lo largo del eje x) del electrón que se ha "iluminado" con luz para medir su localización o posición.
- ✓ Si el intervalo de tiempo Δt durante el que el electrón fue "iluminado" para medir su posición es Δt , entonces la incertidumbre en la posición x del electrón es $\Delta x = v_x \Delta t$.
 $\Rightarrow \Delta E \Delta t = (v_x \Delta p_x) \left(\frac{\Delta x}{v_x} \right) = \Delta p_x \Delta x \Rightarrow \Delta E \Delta t \geq \hbar/2$.