

LEY DE RADIACIÓN DE PLANCK

Fue en el año 1900 que Max Planck encontró una fórmula de la radiación que concordaba por completo con los experimentos para todas las longitudes de onda:

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 (e^{hc/\lambda kT} - 1)} \quad \text{W/m}^3$$

Las constantes que aparecen en esta fórmula son:

$$h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \quad (\text{constante de Planck})$$

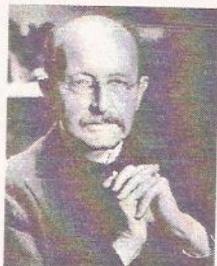
$$c = 3,0 \times 10^8 \text{ m/s} \quad (\text{velocidad de la luz})$$

$$k = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K} \quad (\text{constante de Boltzmann})$$

El punto clave en la teoría de Planck es considerar que los átomos que forman las paredes se comportan como osciladores que irradian energía en la cavidad y absorben energía de ella, pero no con valores continuos sino *cuantizados* en unidades discretas:

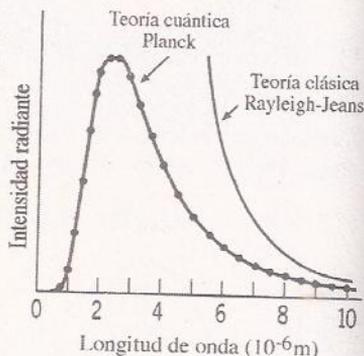
$$E_n = nhf \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Donde n es un entero denominado número cuántico. La fórmula de Planck para $I(\lambda, T)$ se reduce a la expresión clásica de Rayleigh-Jeans cuando $\lambda \rightarrow \infty$ (Prob. PR 5.02).



Max Planck (1858-1947)

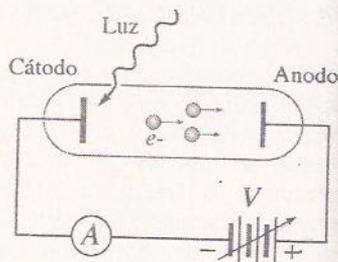
Premio Nóbel de Física 1918
Por el descubrimiento del cuanto de energía



EL EFECTO FOTOELÉCTRICO

El efecto fotoeléctrico fue descubierto por Heinrich Hertz en 1887 y consiste en la emisión de electrones de metales y otras sustancias cuando absorben energía de una onda electromagnética. Los electrones que son expulsados cuando luz incide sobre la superficie metálica (el cátodo) son llamados *fotociones*. El ánodo puede hacerse positivo o negativo respecto al cátodo para atraer o repeler los electrones. Cuando V es positivo y suficiente grande la corriente de electrones alcanza su máximo valor. Esta corriente de saturación resulta proporcional a la intensidad de la luz incidente.

Cuando el voltaje V es negativo (polaridad invertida) los electrones son repelidos y solo llegarán al ánodo aquellos que tienen una energía cinética inicial, $K > eV$. Hay un valor V_0 del voltaje a partir del cual ningún electrón logra alcanzar el ánodo y la corriente es nula. Este *potencial de corte* o de *frenado* está relacionado con la energía cinética máxima de los fotoelectrones, $K_{max} = eV_0$.



Energía cinética máxima de los fotoelectrones expulsados

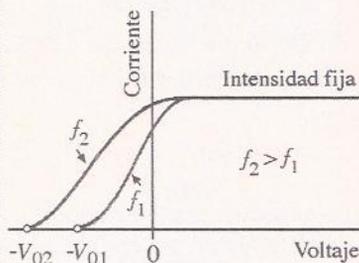
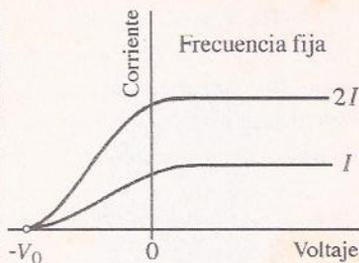
$$K_{max} = eV_0$$

En un experimento del efecto fotoeléctrico se puede observar las siguientes características, que resultan imposible poder justificarlos en base a la física clásica o con la teoría ondulatoria de la luz:

1) *Ausencia de tiempo de retraso:* Los electrones se emiten de inmediato (en menos de 10^{-9} s) de activar la luz, aun cuando la luz sea de poca intensidad. Clásicamente se esperaba un tiempo de retraso de varios minutos. (Prob. PR-5.09)

2) *Energía cinética máxima de fotoelectrones:* La energía cinética máxima de los electrones ($K_{max} = eV_0$) depende de la frecuencia de la luz y no de la intensidad, como se esperaba de la teoría clásica.

3) *Frecuencia de corte:* Para cada metal, ocurre emisión de electrones solo si la frecuencia de la luz es mayor que cierta frecuencia de corte. Según la teoría ondulatoria el efecto debería ocurrir a cualquier frecuencia siempre que la intensidad de la luz sea suficientemente alta.



FOTONES Y EFECTO FOTOELÉCTRICO

En 1905, el mismo año en que publicó su famosa teoría de la relatividad, Albert Einstein encontró la explicación correcta del efecto fotoeléctrico, por lo cual recibió el premio Nóbel en 1921. Einstein extendió el concepto de Planck de la cuantización de la radiación y supuso que la luz (y cualquier onda electromagnética) de frecuencia f está constituida por un chorro de partículas llamadas *fotones*, cada uno con una energía: $E = hf$.

En el efecto fotoeléctrico, un fotón de la luz que incide sobre el metal entrega *toda* su energía a un solo electrón. La energía del fotón, hf , se reparte entre la energía que se requiere para arrancar el electrón del metal y la energía cinética final del electrón extraído. Los electrones que están menos ligados al metal saldrán con la mayor energía cinética, K_{max} :

$$hf = K_{max} + \phi$$

Donde ϕ es la *función de trabajo* que representa la energía mínima de ligadura de un electrón al metal.



Albert Einstein (1879-1955)

Premio Nóbel de física 1921
Por explicar el efecto fotoeléctrico
y por sus resultados en física teórica

Ecuación del efecto fotoeléctrico

$$hf = K_{max} + \phi$$

En 1916, Robert Millikan realizó experimentos muy cuidadosos sobre el efecto fotoeléctrico y encontró una relación lineal entre la energía máxima de los fotoelectrones ($K_{max} = eV_0$) y la frecuencia f de la luz. La pendiente de esta recta es la constante de Planck, h y la intersección con el eje horizontal da la frecuencia de corte, f_0 . La corriente de fotoelectrones se observa a partir de esta frecuencia de corte porque los fotones con frecuencia menor que f_0 , no tienen la energía mínima con la cual un electrón está ligado al metal (la función de trabajo ϕ). La frecuencia de corte permite determinar el valor de la función de trabajo del metal:

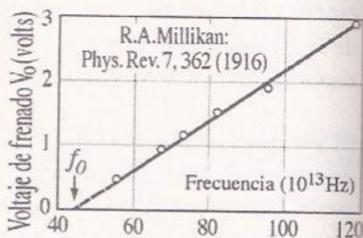
$$K_{max} = hf_0 - \phi = 0 \quad \Rightarrow \quad \phi = hf_0$$

La excelente coincidencia de los resultados de Millikan con la ecuación del efecto fotoeléctrico fue lo que dio la confirmación final de las predicciones de la teoría de los fotones de Einstein.



Robert Millikan (1880-1960)

Premio Nóbel de física 1921
Por medir la carga del electrón y por sus estudios del efecto fotoeléctrico



LA TEORÍA DE FOTONES DE EINSTEIN

Un fotón es una partícula de energía $E = hf$ que tiene ciertas propiedades especiales. Consideremos la expresión para la energía relativista de una partícula de masa en reposo m_0 que viaja con velocidad v :

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Puesto que el fotón viaja a la velocidad de la luz, $v = c$, el denominador es nulo, pero como su contenido energético $E = hf$ es finito, su masa en reposo debe ser cero ($m_0 = 0$). Puede considerarse entonces que el fotón es una partícula de masa en reposo nula y con una energía total relativista que es completamente cinética.

De la relación general entre la energía total relativista E , el momentum p y la masa en reposo m_0 :

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

Como $m_0 = 0$, el momentum del fotón es:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

Energía relativista

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Energía en reposo

$$m_0 c^2$$

Relación entre la energía y el momentum de un fotón

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

PRODUCCIÓN DE RAYOS X

Los rayos X fueron descubiertos en 1895, por William Roentgen. Fue en 1912 que Max von Laue pudo esclarecer que estos rayos eran ondas electromagnéticas de longitudes de onda muy cortas ($0,001 \text{ nm} - 1 \text{ nm}$) al observar que podían ser difractados por una red cristalina. Con el descubrimiento de los rayos X se dispuso de una herramienta valiosa para descifrar las estructuras de sistemas orgánicos complicados como la insulina y el ADN. Además, la energía de los rayos X les permite atravesar tejidos blandos, pero son bloqueados por los tejidos más densos, como los huesos; esto se aprovecha para obtener imágenes para el diagnóstico y para terapia en medicina.

Un generador de rayos X, como el utilizado en un consultorio médico u odontológico, dispone de un tubo de vidrio donde electrones son emitidos por un cátodo caliente, y acelerados mediante la aplicación de un alto voltaje (≈ 200 kilovoltios), hacia un blanco metálico de átomos pesados (tungsteno, molibdeno, ...)

En la emisión de rayos X intervienen dos procesos distintos y el espectro consiste de dos porciones: Un espectro continuo y una serie de líneas nítidas e intensas (K_{α}, K_{β}) superpuestas. El espectro de líneas es característico del material del blanco y corresponde a los fotones que son emitidos durante las transiciones electrónicas en las capas interiores del átomo. El espectro continuo es debido a la desaceleración que sufren los electrones cuando se estrellan con el blanco y pierden diferentes cantidades de energía cinética por choques sucesivos (radiación de frenado o bremsstrahlung*)

El espectro continuo tiene una longitud de onda mínima, λ_{\min} que disminuye conforme aumenta el voltaje en el tubo (Prob. PR-5. 15). La existencia de esta longitud de onda de corte no puede ser justificada por la teoría clásica, en cambio, sería perfectamente explicada a la luz de la teoría de los fotones. Un electrón de carga $-e$, al ser acelerado por un incremento de potencial V gana energía cinética eV . El fotón mas energético (de menor longitud de onda) se produce cuando toda la energía cinética del electrón se usa para originar dicho fotón:

$$eV = hf_{\max} = \frac{hc}{\lambda_{\min}} \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{hc}{eV}$$

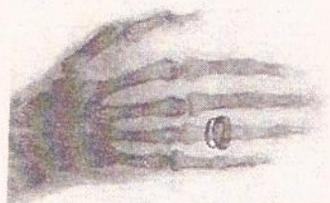
Note que λ_{\min} es independiente del material del blanco.

*Del alemán: brems (frenar), strahlung (radiación)

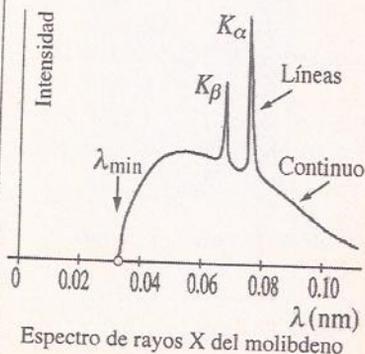
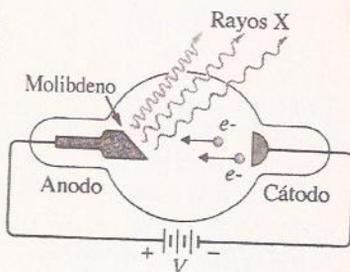


Wilhelm K. Röntgen (1845-1923)

Premio Nóbel de Física 1901 por el descubrimiento de los rayos X

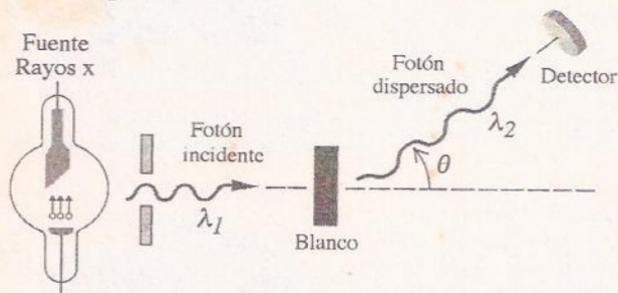


Radiografía de la mano con el anillo de boda de la esposa de Roentgen



EL EFECTO COMPTON

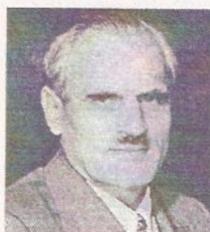
En 1923 Arthur Compton descubrió otra prueba contundente del comportamiento corpuscular de la luz al interactuar con la materia. Los rayos X son desviados a distintos ángulos θ por una lámina metálica y la radiación dispersada contiene dos componentes, una con la misma longitud de onda original λ_1 y la otra de longitud de onda mayor, λ_2 .



La fórmula del corrimiento de Compton puede deducirse suponiendo que los fotones se comportan como partículas puntuales que chocan elásticamente como bolas de billar, con los electrones libres estacionarios. El fotón tiene masa cero, energía $E = hc/\lambda$ y momentum $p = h/\lambda$. En la colisión, la energía y el momentum totales del sistema fotón-electron deben conservarse (Prob. PR-5.1 :

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta)$$

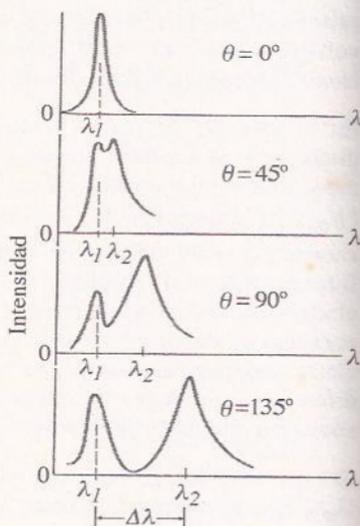
El pico sin corrimiento a la longitud de onda incidente λ_1 , resulta de las colisiones entre fotones y aquellos electrones que están fuertemente ligados y se comportan como electrones muy pesados, de modo que también podría ser predicho por esta ecuación si la masa del electrón se sustituye por la masa mucho mayor del átomo.



Arthur H. Compton (1892-1962)

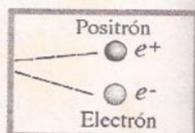
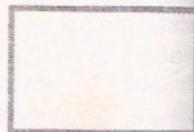
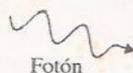
Premio Nóbel de Física 1927
Por el descubrimiento del efecto que lleva su nombre

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta)$$



PARES: PRODUCCIÓN Y ANIQUILACIÓN

La producción y aniquilación de pares es quizás una de las demostraciones más espectaculares de la equivalencia entre masa y energía de la teoría de la relatividad. Es la posibilidad de crear materia a partir de la energía pura de un fotón, proceso en el cual, el fotón desaparece y aparece un par constituido por un electrón y un positrón. El positrón (una antipartícula) tiene la misma masa que un electrón, pero su carga es opuesta, $+e$. (Prob. PR-5.2.)



Una reacción inversa puede ocurrir cuando un positrón se encuentra un electrón, y las dos partículas se aniquilan entre sí (aniquilación de pares). La energía de sus masas desaparecidas se convierte en energía de rayos- γ .

