

24.15. PRINCIPIO DE CORRESPONDENCIA Y EXPERIMENTO DE FRANCK-HERTZ

Hemos visto innumerables ejemplos de como las ideas de la física clásica tuvieron que modificarse a medida que se adquirían conocimientos más precisos del mundo microscópico que nos rodea.

Sin embargo, es bien sabido también que en muchas ocasiones las ideas clásicas describen muy bien los fenómenos de la naturaleza. Esto ocurre, por ejemplo, cuando tratamos con movimientos planetarios (recuerde el éxito sorprendente de la mecánica de Newton para predecir las leyes de Kepler) y en general con los fenómenos de la vida diaria. En otras palabras, la mecánica clásica tiene buen rango de validez cuando se trata con objetos *grandes* y *no pequeños*, como, por ejemplo, un electrón, un protón, etc....

Por otro lado, es natural pensar que, si las ideas nuevas que hemos expuesto describen los fenómenos físicos con mayor exactitud, estas ideas, al mismo tiempo, deben de poder describir los fenómenos para los cuales resulta válida la mecánica clásica, o sea los fenómenos en que están involucrados cuerpos de tamaño considerable.

Surge espontáneo entonces pensar que no tendría que haber diferencia ninguna, entre la teoría cuántica y la clásica, cuando el tamaño de los objetos descritos se vuelva cada vez más grandes.

Por ejemplo, sabemos que el radio del átomo de hidrógeno en su estado fundamental es del orden de 0.53 \AA y hemos visto como es necesaria la teoría de Bohr para describir con éxito tal sistema. Sin embargo, un átomo de hidrógeno excitado tiene un radio r_n que va como el cuadrado del número cuántico n . Si asumimos que una distancia de 5.3 mm es ciertamente macroscópica, vemos que para que un átomo de hidrógeno mida 5.3 mm , debe de tener un número cuántico n tal que:

$$r_n = a_0 n^2$$

es decir:

$$5.3 \times 10^{-3} \text{ m} = 5.3 \times 10^{-11} n^2$$

o sea:

$$n = 10000$$

Veamos ahora como las predicciones de la física clásica se acercan a las de la teoría cuántica al crecer el número n .

Para ellos calcularemos la frecuencia de la luz emitida entre dos estados contiguos de un átomo de hidrógeno, es decir la frecuencia correspondiente a la transición entre el estado con número cuántico n y el estado con número cuántico $n - 1$ para n creciente. Por otro lado compararemos este resultado con lo que predice la teoría clásica, para averiguar cuando las dos teorías proporcionan resultados análogos.

De acuerdo con la física clásica, la frecuencia que emite un átomo es igual a la frecuencia ν_0 de su revolución orbital. Esta frecuencia se puede expresar en función del número cuántico n como se especifica a continuación. A partir de la (23.12-4) se sustituye $v = 2\pi\nu_0 r$ y se obtiene para la frecuencia ν_0 el valor:

$$\nu_0 = \frac{n\hbar}{2\pi m_e r_n^2} \quad (23.15-1)$$

Además si se sustituye en la (23.14-1) el valor de r_n dado por la (23.12-5), se obtiene:

$$\nu_0 = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \frac{2}{n^3} \quad (23.15-2)$$

Esta frecuencia, repetimos, es la frecuencia que clásicamente se espera sea emitida por un electrón que ocupa la órbita de radio r_n con estado cuántico n .

Cuánticamente la radiación se obtiene cuando el electrón salta de la órbita n a la $n-1$. A partir de la (23.12-11) se obtiene inmediatamente, para $n_i = n$ y $n_f = n-1$, el valor de la frecuencia ν emitida:

$$\nu = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \left[\frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{n^2} \right] \quad (23.15-3)$$

Para n grandes, desarrollando en serie de potencias, podemos escribir el término dentro de los corchetes de la manera siguiente:

$$\frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{n^2} = \frac{1}{n^2} \left(1 + \frac{2}{n} + \frac{3}{n^2} + \dots \right) - \frac{1}{n^2}$$

o sea, considerando solamente los primeros términos del desarrollo:

$$\frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{n^2} = \frac{2}{n^3} + \frac{3}{n^4}$$

La relación (23.15-3) se convierte entonces en:

$$\nu = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{2}{n^3} + \frac{3}{n^4} \right) \quad (23.15-4)$$

Este es el valor de la frecuencia ν emitida cuando hay transición entre dos estados contiguos caracterizados por un número cuántico $n \gg 1$.

Confrontemos ahora el valor de la frecuencia ν obtenido cuánticamente con el valor ν_0 clásico. Con este propósito, sustituyendo el valor de ν_0 dado por la relación (23.15-2), la expresión anterior puede escribirse como:

$$\nu = \nu_0 + \nu_0 \frac{3}{2n}$$

$$v = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{n\hbar}$$

$$\kappa = 4\pi\epsilon_0 \frac{n^2 \hbar^2}{Ze^2 m_e}$$

↓

$$\nu_0 = \frac{v}{2\pi\kappa}$$

↓

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi} \frac{(Ze^2)^2 m_e}{(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^3 n^3}$$

↓

$$\nu_0 = \frac{Z^2 e^4 m_e}{4\epsilon_0^2 h^3 n^3}$$

Documento
Átomo de Bohr

pag. 110

Por tanto:

$$\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} = \frac{3}{2n}$$

expresión que resulta válida para $n \gg 1$.

Como vemos, el error porcentual entre la frecuencia ν calculada cuánticamente y la clásica ν_0 , va como el inverso del número cuántico n . Para $n \rightarrow \infty$, $\nu \Rightarrow \nu_0$. Para $n = 10$, el error que cometemos usando la expresión clásica en lugar de la cuántica es ya del 15% para $n = 10000$ (o sea, cuando el átomo de hidrógeno mide 5.3 nm) el error es del orden de 0.015%.

El resultado de este ejemplo puede generalizarse en el sentido de que, cuando las magnitudes involucradas son macroscópicas (para fijar ideas, muy grandes si comparadas con h), entonces los resultados que se derivan aplicando la mecánica clásica o la mecánica cuántica son prácticamente coincidentes.

A esta conclusión se le conoce como *Principio de correspondencia*.

Leer Sección 4.11, pag. 149,
Eisberg - Resnick, El Principio de correspondencia

Leer Sección 4.8, Estados de energía atómicos
(Experimento de Franck - Hertz)
pags. 139 a 141, Eisberg - Resnick.

23.14. EXPERIMENTO DE FRANCK Y HERTZ

Este experimento confirmó satisfactoriamente los postulados de Bohr, puesto que mostró que la energía en los átomos estaba cuantizada y que en éstos los cambios de energía se efectuaban en forma discreta.

El esquema de este experimento, que se ha convertido en un experimento clásico en cualquier laboratorio de física moderna, está representado en la figura 23.14-1.

Consiste en un tubo parcialmente lleno de los átomos que se quiere estudiar (en nuestro caso, mercurio), y en donde hay por lo menos tres electrodos: un cátodo C, una rejilla R y una placa colectora P.

Refiriendo los potenciales al potencial del cátodo C, conectado a Tierra, la rejilla R está a un potencial V , mientras que la placa P tiene un potencial que resulta inferior de ΔV al de la rejilla, como lo indica la figura 23.14-2.

Los electrones, emitidos por el cátodo C, son acelerados hacia la rejilla R por la diferencia de potencial V entre R y C. En su viaje, los electrones chocan con los átomos que se encuentran en el tubo. Si los electrones poseen suficiente energía, después de pasar a través de la rejilla, podrán llegar a la placa P en donde se manifiesta como una corriente de placa. El experimento de Franck y Hertz consiste en leer con un amperímetro A la corriente de placa en función de la diferencia de potencial V entre el cátodo y la rejilla, manteniendo ΔV constante.

Supongamos que aumentamos el potencial de rejilla V desde cero a $V_1 < V_2 < V_3 < V_4$, etc.....

¿Qué se observa en la corriente de placa?

La respuesta está contenida en la figura 23.14-3.

En la parte a) de la figura los electrones emitidos por el cátodo son acelerados hacia la rejilla R, por la diferencia de potencial V_1 : en su camino chocan *elásticamente* con los átomos y pasan por la rejilla R. Pero la mayoría no tiene energía suficiente para superar la diferencia de potencial entre la rejilla y la placa.

En la parte b) de la figura el potencial V_2 es mayor que V_1 y la situación es similar a la de la parte a); con la única diferencia que más electrones son colectados por la placa por tener ahora más energía.

En la parte c) de la figura los electrones tienen casi suficiente energía para poder excitar un electrón ligado a un átomo desde su estado fundamental a su primer estado excitado, pero aún no pueden hacerlo; en este caso la corriente de placa tiene un máximo.

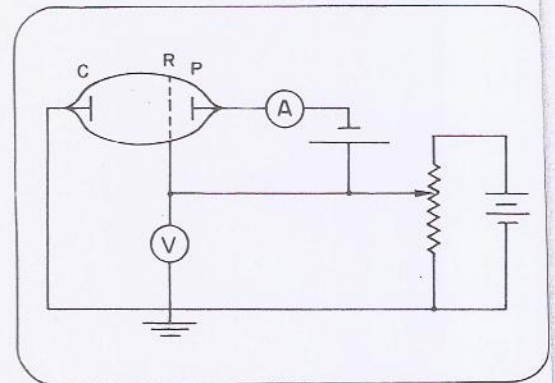


Fig. 23.14-1

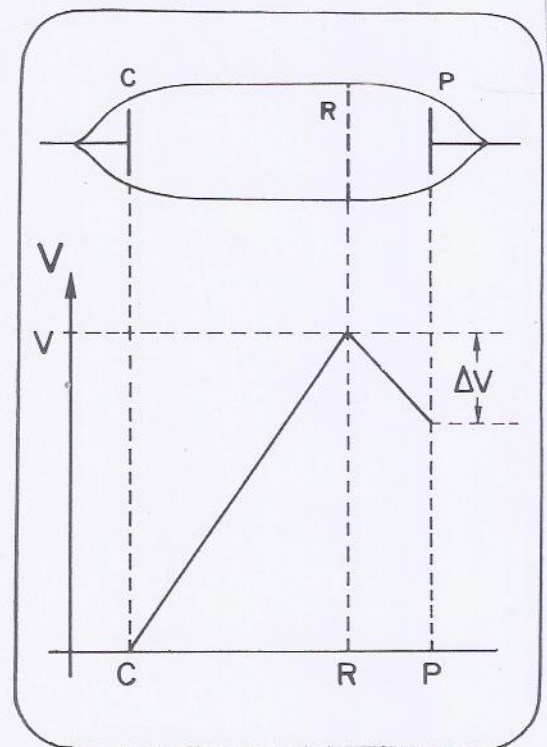
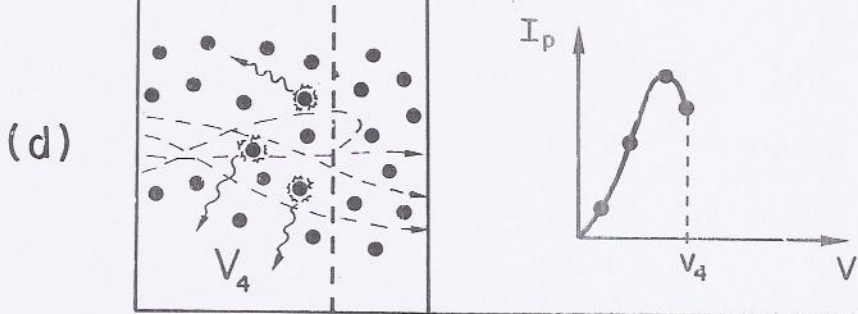
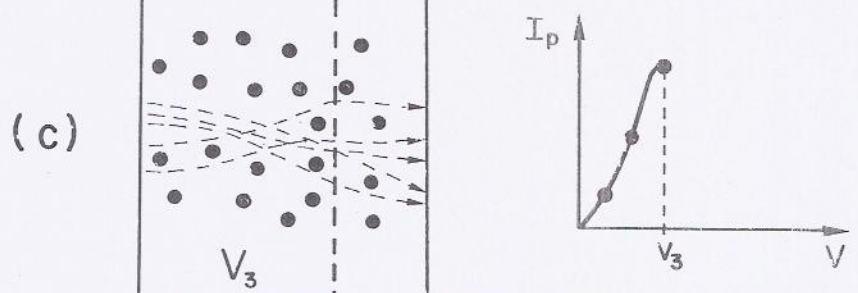
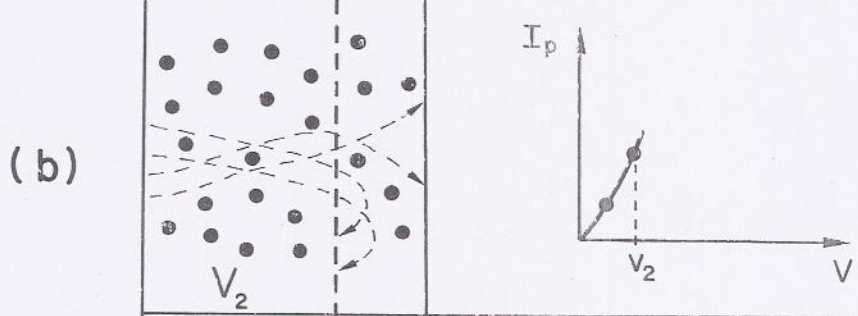
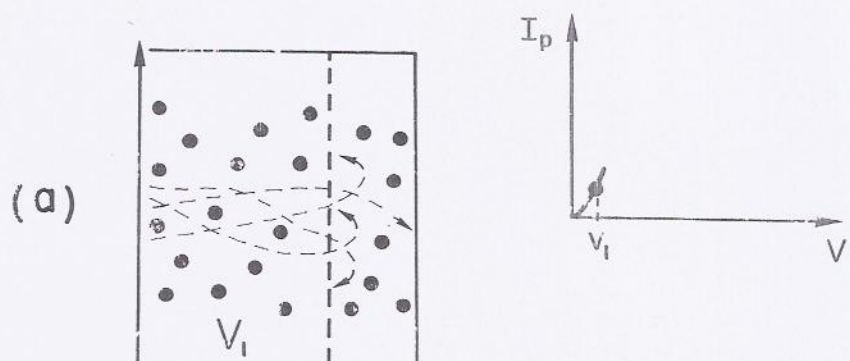


Fig. 23.14-2



C R P

Fig. 23.14-3

Para voltajes mayores que éste, parte d) de la figura, los electrones que chocan ahora *inelásticamente* con los átomos, los excitan y pierden casi toda la energía ganada; estos electrones ya no pueden llegar a la placa por no poseer energía suficiente y se observa así una disminución de la corriente de placa.

Una traza típica del experimento de Franck y Hertz para átomos de mercurio, se observa en la figura 23.14-4.

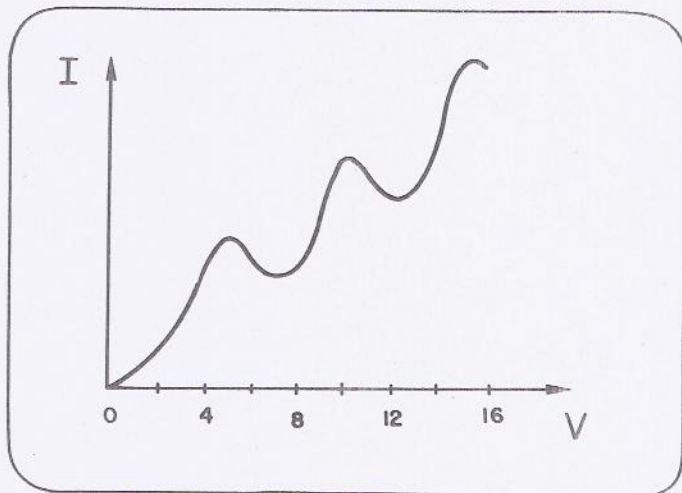


Fig. 23.14-4

La figura muestra que el potencial para el cual empieza la disminución de I es aproximadamente 4.9 volts , que corresponde a la energía que se requiere para excitar un electrón en el átomo de mercurio a su primer estado excitado. Con esta configuración experimental, cada vez que el potencial es un múltiplo de 4.9 volts , se observa una disminución de corriente de placa. Esto corresponde al caso en que un electrón puede ceder una energía igual a la energía de ionización del átomo de mercurio, más de una vez a diferentes átomos, en su recorrido entre el cátodo y la rejilla.

Ejercicio:

En la figura (23.14-5) están representados algunos niveles de energía del átomo de Litio. Calcule usted la gráfica de I vs V , si realizamos un experimento de Franck y Hertz.

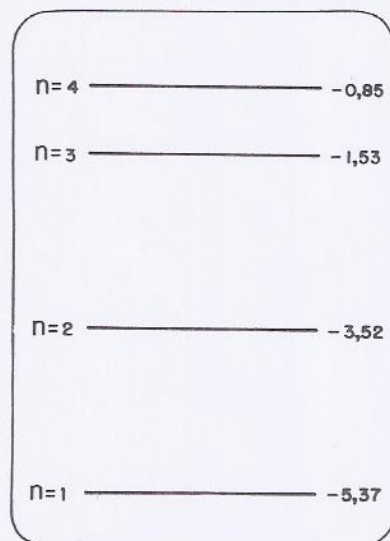


Fig. 23.14-5 Algunas líneas espectrales del átomo de Litio muy esquematizadas