

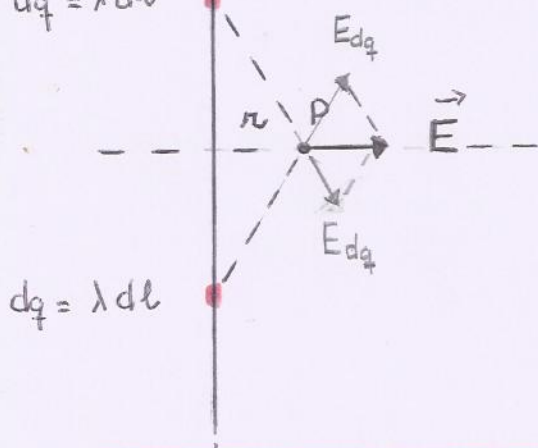
Hilo infinito rectilíneo cargado uniformemente ($\lambda = \text{constante}$)

Determinación de $\vec{E}$ usando la ley de Gauss

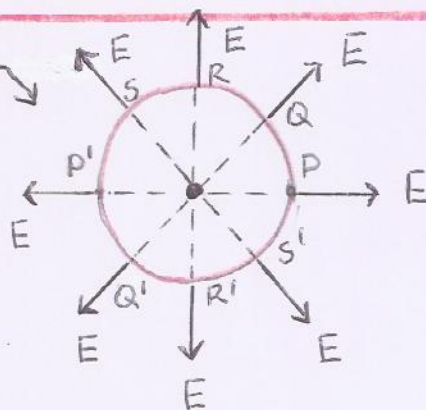
($\lambda > 0$)

$$dq = \lambda dl$$

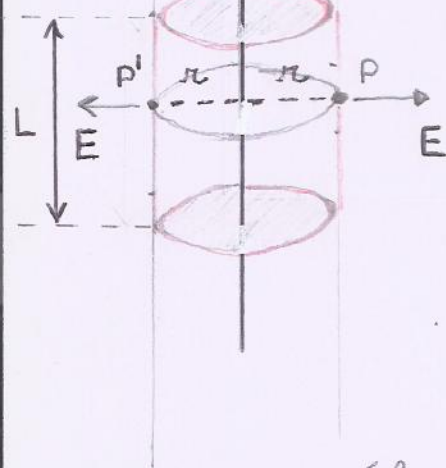
$$dq = \lambda dl$$



✓ Debido a que por cada carga infinitesimal dq presente en el hilo por arriba de la línea punteada existe otra carga infinitesimal dq (simétrica con la primera) por debajo de la línea punteada, el campo eléctrico $\vec{E}$ en el punto P tiene solamente componente horizontal.
¿Por qué? Ver y analizar la figura.

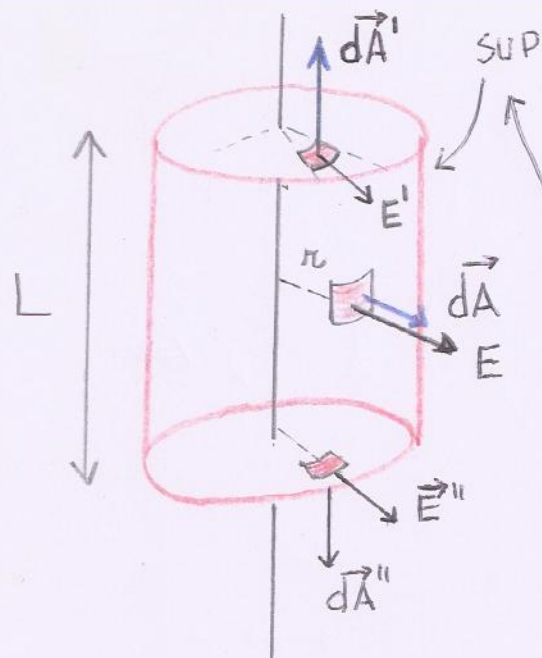


VISTA DEL
HILO DESDE
ARRIBA



✓ El punto P (y el P') se encuentra en la "pared" de un cilindro imaginario de radio r y altura L . Todos los puntos de esa pared tienen la misma magnitud de campo eléctrico porque todos se encuentran a la misma distancia r del hilo y el hilo es infinito.

✓ Los puntos Q, R, S, Q', R' y S' también se encuentran en la pared del cilindro imaginario de radio r y altura L .



La ley de Gauss se escribe (2)

$$\Phi_E = \oint_{\text{SUP}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} \quad (1)$$

donde SUP representa una superficie cerrada que en este caso es la superficie del cilindro imaginario (rojo) de radio r y altura L .

La superficie de ese cilindro imaginario consta de 3 partes: la tapa superior, la tapa inferior y la pared curva (cilíndrica)

$$\Rightarrow \Phi_E = \int_{\substack{\text{SUP} \\ \text{TAPA SUPERIOR}}} \vec{E}' \cdot d\vec{A}' + \int_{\substack{\text{PARED} \\ \text{CILÍNDRICA}}} \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{\substack{\text{SUP} \\ \text{TAPA INFERIOR}}} \vec{E}'' \cdot d\vec{A}'' \quad (2)$$

De la figura se observa que el campo $\vec{E}'$ en cualquier punto localizado en esa tapa es perpendicular al vector área $d\vec{A}'$ correspondiente

$$\Rightarrow \vec{E}' \cdot d\vec{A}' = |\vec{E}'| |d\vec{A}'| \cos 90^\circ = 0 \Rightarrow \int_{\substack{\text{SUP} \\ \text{TAPA SUPERIOR}}} \vec{E}' \cdot d\vec{A}' = 0 \quad (3)$$

Lo mismo ocurre con la tapa inferior:

$$\vec{E}'' \perp d\vec{A}'' \Rightarrow \vec{E}'' \cdot d\vec{A}'' = 0 \Rightarrow \int_{\substack{\text{SUP} \\ \text{TAPA INFERIOR}}} \vec{E}'' \cdot d\vec{A}'' = 0 \quad (4)$$

En la pared cilíndrica $\vec{E} \parallel d\vec{A} \Rightarrow$

(3)

$$\vec{E} \cdot d\vec{A} = |\vec{E}| |d\vec{A}| \cos 0^\circ = E dA \quad (5)$$

$$(2), (3), (4) \text{ y } (5) \Rightarrow \Phi_E = \int_{\text{PARED CILÍNDRICA}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_{\text{PARED CILÍNDRICA}} E dA \quad (6)$$

El campo eléctrico tiene magnitud constante en la pared del cilindro imaginario (simetría cilíndrica)

$$\Phi_E = E \int_{\text{PARED CILÍNDRICA}} dA = E \underbrace{2\pi r L}_{\substack{\text{área de la pared curva} \\ \text{(cilíndrica)}}} \quad (7)$$

Combinando (1) y (7):

$$E 2\pi r L = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 L} \frac{Q_{\text{enc}}}{r} \quad (8)$$

¿ Q_{enc} ? Definición de la densidad lineal de carga λ

es $\lambda = \frac{dq}{dl} \Rightarrow dq = \lambda dl$

$$Q_{\text{enc}} = \int \lambda dl = \int_0^L \lambda dz = \lambda \int_0^L dz = \lambda L \quad (9)$$

a lo largo de

la trayectoria lineal

donde existe carga eléctrica

y, además, dentro del volumen

encerrado por la superficie gaussiana (roja) SUP

λ es constante

(4)

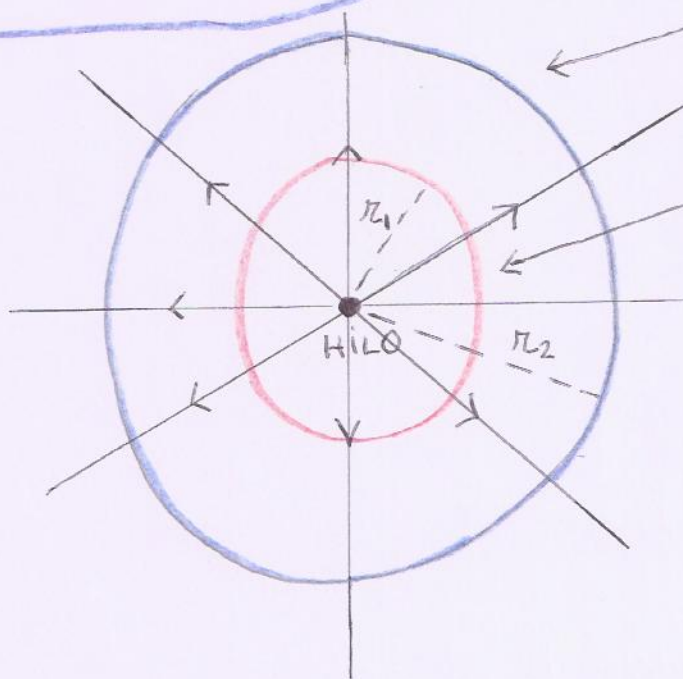
(8) y (9) $\Rightarrow$

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 L} \frac{\lambda L}{r} \Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \quad (10)$$

Líneas de $\vec{E}$ de un hilo infinito rectilíneo con $\lambda = \text{cte}$

Hilo visto desde arriba

$\lambda > 0$



cilindro de radio r_2
 $E(r_2) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_2}$

cilindro de radio r_1
 $E(r_1) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_1}$

Como $r_2 > r_1$
 $\Rightarrow E(r_2) < E(r_1) \quad \checkmark$

✓ Ver documento titulado clase 3, página ©, Hilo infinito de carga, 02 Oct 2025.

✓ Recordatorio: Sistema de coordenadas cilíndricas

