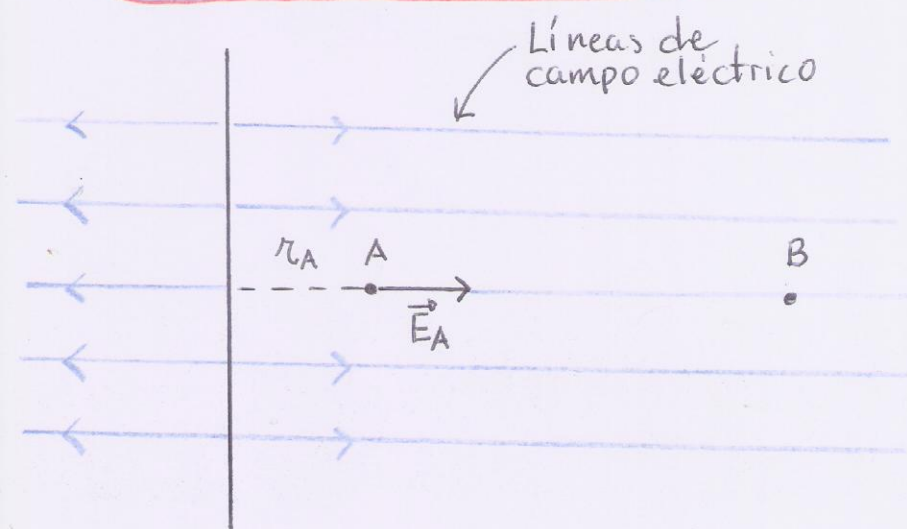


Potencial eléctrico producido por un hilo aislante infinito vertical que contiene una carga eléctrica distribuida uniformemente, es decir, con densidad lineal de carga constante λ .

1



En el documento de la página web del curso "clase2_9oct.pdf" se demuestra usando la ley de Gauss

$$\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \hat{r} \quad (1)$$

donde $\hat{r}$ es un vector unitario en la dirección radial de coordenadas cilíndricas.

$$V_A - V_B = \int_{r_A}^{r_B} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_{r_A}^{r_B} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r} \quad (2)$$

✓ Supongamos que el punto A es un punto cualquiera (genérico) cuya coordenada $r_A = r$ (3)

✓ Supongamos (erradamente) que seleccionamos la referencia de potencial en el infinito, es decir, si B es un punto en el infinito ($r_B = \infty$),

$$V_B = V(r_B) = 0.$$

✓ Veamos qué ocurre con la ecuación (2)

$$V_A - V_B = \int_{r_A}^{r_B} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r}$$

(2)

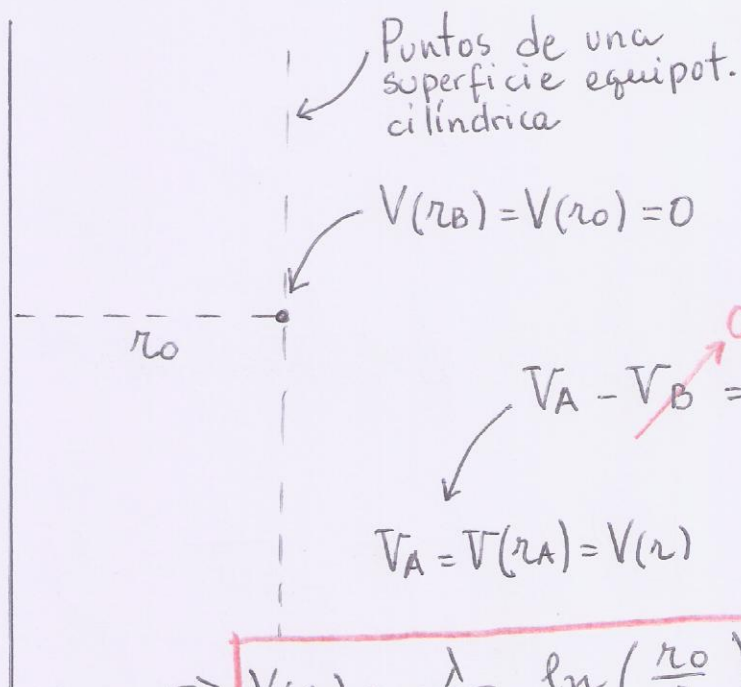
$$V_A - \overset{\circ}{V_B} = \int_r^\infty \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \int_r^\infty \frac{dr'}{r'} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln r' \Big|_r^\infty$$

$\downarrow$
 $V(r_A) = V(r)$

$$\Rightarrow V(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left[\ln(\infty) - \ln(r) \right] = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{\infty}{r}\right) \quad (3)$$

- ✓ Vemos que si seleccionamos (erradamente) la referencia de potencial cero en el infinito, la ecuación (3) implica que el potencial en cualquier punto del espacio es $V(r) = \infty$ lo cual no tiene sentido. Piense bien por qué no tiene sentido.
- ✓ El problema que estamos resolviendo es el problema de una distribución de carga "infinita". En general, la referencia de potencial no puede ser cero en el infinito si la distribución de carga es infinita.
- ✓ Esto quiere decir que debemos escoger la referencia de potencial cero en cualquier otro punto que no sea infinito, por ejemplo en $r_B = r_0$

(3)



La ecuación (2) entonces puede escribirse como

$$\int_r^{r_0} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{dr'}{r'}$$

$$\Rightarrow V(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r_0}{r}\right) \quad (4) \quad \left(\text{Ver Ejemplo 23.10, Sears-Zemansky pag. 888} \right)$$

✓ Nótese que para puntos $r < r_0 \Rightarrow \frac{r_0}{r} > 1$

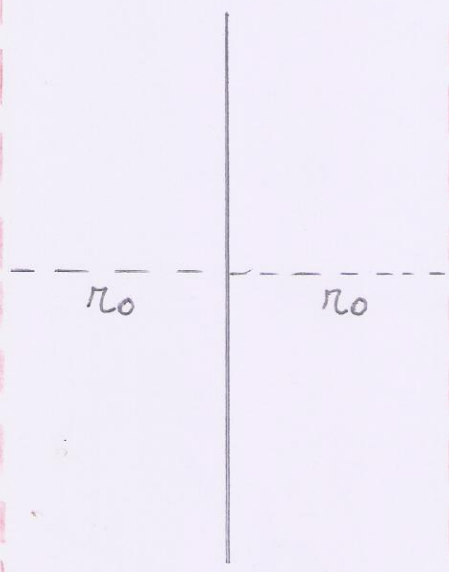
$$\Rightarrow \ln\left(\frac{r_0}{r}\right) > 0 \Rightarrow V(r) > 0 \quad (V(r) \text{ positivo})$$

Al contrario, para puntos $r > r_0 \Rightarrow \frac{r_0}{r} < 1$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{r_0}{r}\right) < 0 \Rightarrow V(r) < 0 \quad (V(r) \text{ negativo})$$

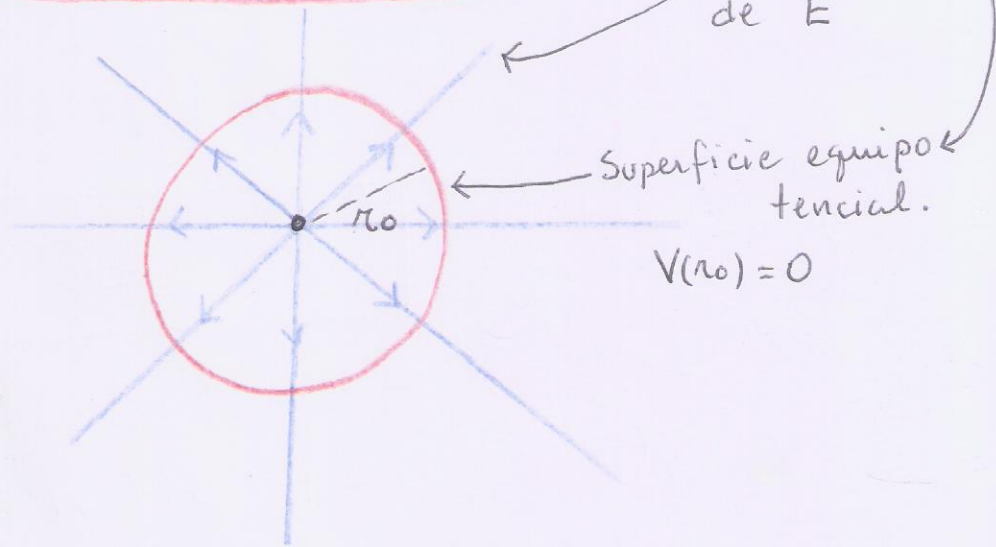
✓ Esto es consistente con lo que hemos aprendido antes: las líneas del campo eléctrico están orientadas de las zonas de mayor potencial eléctrico a las de menor potencial eléctrico.

✓ La línea punteada vertical contiene puntos pertenecientes a una superficie esférica cilíndrica equipotencial de radio r_0 en la que el potencial eléctrico $V(r_0) = 0$ es el que se tomó de referencia.



← Puntos pertenecientes a una superficie equipotencial cilíndrica de radio r_0 donde el potencial eléctrico es cero (referencia), $V(r_0) = 0$.

Vista superior del hilo



Líneas de $\vec{E}$

Superficie equipotencial.

$$V(r_0) = 0$$



Zona de $V < 0$

Referencia de potencial cero

$$V(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{R}{r}\right)$$

(Sears-Zemansky, pag. 888)

Para los estudiantes: leer Ejemplo 23.10 en especial la sección "Evaluar" (Aplicación de la ecuación (4) para el problema de un cilindro conductor muy largo (infinito) de radio R y con densidad lineal de carga λ constante) Es posible que se necesite leer también el Ejemplo 22.6, pag. 50.