

Trabajo del campo eléctrico $\vec{E}$ sobre una carga q cuando q se mueve de A hasta B

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F}_q \cdot d\vec{r} \quad (1), \quad \vec{F}_q = q \vec{E} \quad (2)$$

$$W_{AB} = -\Delta U = -(U_B - U_A) = U_A - U_B \quad (3)$$

U_A = energía potencial eléctrica de la carga q cuando está en A

U_B = energía potencial eléctrica de la carga q cuando está en B

Energía potencial eléctrica de una carga q

$$U = qV \quad (4)$$

donde V es el potencial eléctrico en el sitio donde está la carga q .

Unidades de V : $\frac{1 \text{ J}}{\text{C}} = 1 \text{ voltio} = 1 \text{ V}$

Conservación de Energía

$$K_A + U_A = K_B + U_B \quad (5)$$

$$K_A = \frac{1}{2} m v_A^2 ; \quad K_B = \frac{1}{2} m v_B^2 ; \quad U_A = q V_A ; \quad U_B = q V_B$$

Diferencia de potencial eléctrico = VOLTAGE

(2)

$$V_A - V_B = \frac{W_{AB}}{q} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad (6)$$

Para determinar $V_A - V_B$, primero hay que encontrar (usando por ejemplo la ley de Gauss) $\vec{E}$ y luego realizar la integral (6).

Potencial eléctrico V

Para encontrar el valor de V , hay que establecer una "referencia", esto es, un punto del espacio donde V sea cero.

✓ Si se está resolviendo un problema donde la distribución de carga (lineal, superficial o volumétrica) es finita, entonces se puede escoger la referencia de potencial en el infinito: el potencial eléctrico puede seleccionarse igual a cero en el infinito.

✓ Si la distribución de carga es "infinita", no se puede escoger la referencia de potencial en el infinito. Hay que seleccionarla en cualquier otro punto.

Problema típico

3

Dado $\vec{E}$, obtener V

- (A) Determinar el potencial eléctrico producido por una esfera conductora sólida de radio R que tiene una carga $Q > 0$.
- (B) Determinar el potencial eléctrico producido por un aislante esférico sólido de radio R que contiene una densidad volumétrica de carga $\rho = Ar$, donde A es una constante positiva conocida y r es la distancia de cualquier punto del espacio al centro del aislante.
(Ver en la página web del curso el documento "Complemento B - Capítulo 23")

En este documento se obtiene el potencial eléctrico $V = V(r)$ dentro del aislante, es decir, en la región $0 \leq r \leq R$.

Se sugiere a los estudiantes encontrar $V = V(r)$ en la región externa al aislante ($R \leq r < \infty$).

(4)

- (c) Determinar el potencial eléctrico $V = V(r)$ producido por una línea de carga "infinita" que tiene una densidad lineal de carga λ constante.

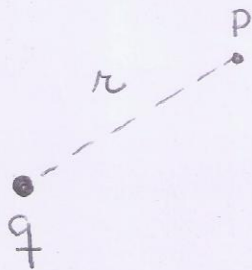
(Ver Ejemplo 23.10, Sears-Zemansky, pag. 888, Vol. 2, Edic. 11)

(Ver clase 2 - 9oct.pdf, Determinación de $\vec{E}$ usando la ley de Gauss)

- (d) Determinar el potencial eléctrico $V = V(r)$ producido por una carga puntual q .

(Ver Complemento A Capítulo 23 en la página web del curso, pags. 6 hasta 12 inclusive)

Potencial eléctrico producido por una carga puntual q a una distancia r (punto P)



$$V(r) = K \frac{q}{r} \quad (7)$$

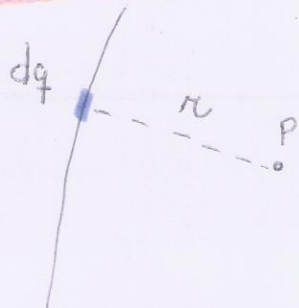
Comentarios: ① Esta fórmula se obtuvo tomando la referencia de potencial cero en el infinito.

② El potencial que produce una carga infinitesimal dq es $K dq/r$.

Extensión a distribución continua de carga

(5)

Lineal

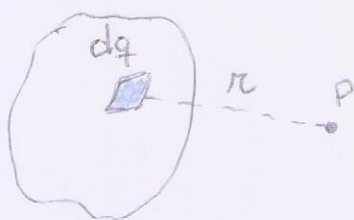


$$V = \int K \frac{dq}{r} \quad (8)$$

Integral realizada
a lo largo de la distribución
lineal de carga

$$dq = \lambda dl \quad (9)$$

Superficial

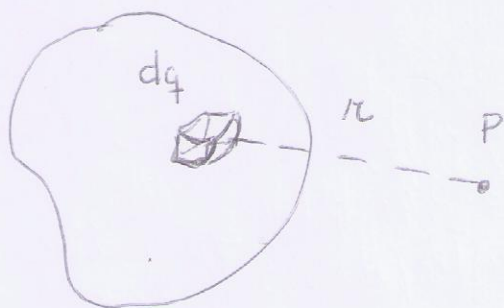


$$V = \int K \frac{dq}{r} \quad (10)$$

Integral realizada
en la superficie donde
existe carga

$$dq = \sigma dA \quad (11)$$

Volumétrica



$$V = \int K \frac{dq}{r} \quad (12)$$

Integral realizada
en el volumen donde
existe carga

$$dq = \rho dVol \quad (13)$$

Comentario: Todos los problemas en donde se usa $V = \int K \frac{dq}{r}$ para calcular V corresponden a distribuciones de carga finitas. Se elige la referencia de potencial cero en el infinito.

Potencial eléctrico producido por una distribución discreta de cargas (cargas puntuales)

(6)

$x \leftarrow V = k \frac{q_1}{r_1} + k \frac{q_2}{r_2} + k \frac{q_3}{r_3} + \dots + k \frac{q_n}{r_n}$

q_1
 q_2
 q_3 ... q_n

$$V = \sum_{i=1}^n k \frac{q_i}{r_i} \quad (14)$$

Comentario: La ecuación (14) está basada en que la referencia de potencial cero está en el infinito.

(Ver documento Complemento A Capítulo 23 de la página web del curso, pag. 14).

(Ver Ejemplo 23.4, pag. 882, Sears-Zemansky, Vol. 2, Ed. II)
23.7, pag. 884

Para los estudiantes: En el Ejemplo 23.4, obtener: (fig. 23.13)

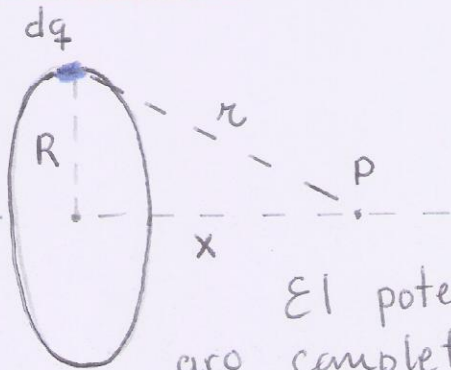
- La diferencia de potencial eléctrico del punto a con respecto al punto b (esto también se denomina "voltaje de a con respecto al punto b"; se escribe $V_{ab} = V_a - V_b$)
- El trabajo realizado por el campo eléctrico cuando una partícula cuya carga es $q = 2 \times 10^{-9} \text{ C}$ se mueve del punto a al punto b.
- El trabajo que tendría que realizar un "agente externo" para llevar a una partícula de carga $q_3 = -3 \times 10^{-9} \text{ C}$ desde el "infinito" hasta el punto c. (Este trabajo

se denomina "trabajo externo" y, como se (6)
vió en clase y se explica en el "COMPLEMENTO
Capítulo 23 C" de la página web de curso,
representa una energía potencial eléctrica que
se añade al sistema de cargas, originalmente
formado (de acuerdo al ejemplo 23.4) por
las cargas $q_1 = 12 \text{ nC}$ y $q_2 = -12 \text{ nC}$.

- d) la energía potencial eléctrica del sistema de
cargas $\{q_1, q_2\}$. (Esto también representa el
trabajo externo que debe realizarse para formar
ese sistema de cargas)
- e) la energía potencial eléctrica del sistema de
cargas $\{q_1, q_2, q_3\}$ y el trabajo externo necesario
para formar ese sistema.

(7)

Potencial Eléctrico producido por un aro aislante de radio R que tiene una carga Q distribuida uniformemente (se desea determinar el potencial en cualquier punto localizado en el eje de simetría del aro)



✓ El potencial eléctrico producido por la carga infinitesimal $dq = \lambda dl$ en el punto P es $k \frac{dq}{r}$.

El potencial eléctrico producido en P por el aro completo es

$$V_P = \int k \frac{dq}{r}, \text{ donde la integral se hace a lo largo del aro.}$$

Ya que $dq = \lambda dl = \lambda R d\theta$ y $r = \sqrt{R^2 + x^2}$, entonces

$$V_P = \int_0^{2\pi} k \frac{\lambda R d\theta}{\sqrt{R^2 + x^2}} = \frac{k \lambda R}{\sqrt{R^2 + x^2}} \int_0^{2\pi} d\theta = \frac{2\pi R \lambda k}{\sqrt{R^2 + x^2}} = \frac{Q k}{\sqrt{R^2 + x^2}}$$

La expresión anterior nos da el potencial eléctrico producido por el aro cargado en cualquier punto localizado a una distancia x del centro del aro (a lo largo del eje de simetría del aro).

¿Hay alguna forma de determinar el campo eléctrico $\vec{E}(x)$ a partir del potencial $V = V(x)$?

Sí !!