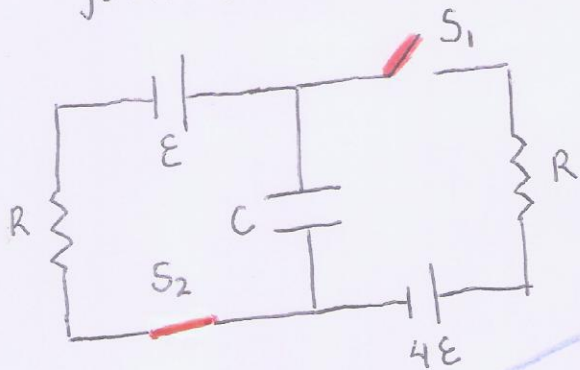
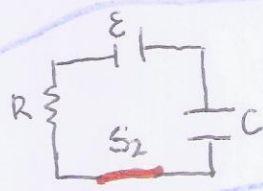


En el circuito que se muestra, el interruptor S_1 lleva mucho tiempo abierto y el S_2 lleva mucho tiempo cerrado. (A)

- a) Encuentre el valor de la carga eléctrica en el capacitor justo antes de cerrar S_1 y abrir S_2 simultáneamente en $t=0$

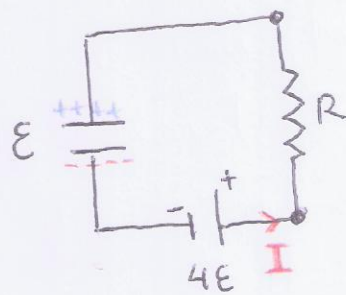


Ya que antes de cerrar S_1 y abrir S_2 , el condensador se ha estado cargando por un tiempo muy largo, esto es, $t=\infty$, entonces

$\Rightarrow$ en el circuito , el condensador adquiere su carga máxima posible, $Q_{max} = C\varepsilon$. (Recordar que $Q = C\varepsilon(1 - e^{-t/RC})$).

- b) Calcule la corriente por la resistencia de la derecha justo después de cerrar S_1 y abrir S_2 simultáneamente ($t=0$).

En $t=0$, el circuito es



En $t=0$, el condensador está cargado con carga $Q(t=0) = C\varepsilon$. Por lo tanto el voltaje en C es $V_C(t=0) = \frac{Q(t=0)}{C} = \frac{Q_{max}}{C}$

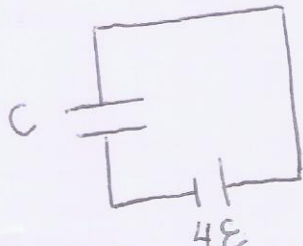
$$\Rightarrow V_C(t=0) = \frac{C\varepsilon}{C} \Rightarrow V_C(t=0) = \varepsilon$$

Aplicando la regla de Kirchhoff $\sum V = 0 \Rightarrow 4\varepsilon - IR - \varepsilon = 0$

$$\Rightarrow 3\varepsilon - I(t=0)R = 0 \Rightarrow I(t=0) = \frac{3\varepsilon}{R}$$

c) Calcule la carga en el capacitor para $t = \infty$ (con el interruptor S_1 cerrado y el S_2 abierto) (B)

Cuando se carga el condensador totalmente ($t = \infty$), la corriente es cero $I(t = \infty) = 0$ y el circuito es

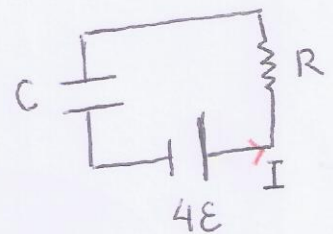


Esto quiere decir que la batería está aplicada totalmente sobre el capacitor porque el voltaje en

el resistor es $V(t = \infty) = I(t = \infty) R = 0$.

$$\Rightarrow V_C(t = \infty) = 4E \Rightarrow \frac{Q(t = \infty)}{C} = 4E \Rightarrow Q(t = \infty) = 4EC.$$

Cálculo adicional: En el circuito RC (S_1 cerrado y S_2 abierto)



Regla de Kirchhoff $\sum V = 0 \Rightarrow 4E - IR - \frac{Q}{C} = 0$

$$\Rightarrow 4E - R \frac{dQ}{dt} - \frac{Q}{C} = 0 \Rightarrow 4E - \frac{Q}{C} = R \frac{dQ}{dt}$$

$$\Rightarrow Q - 4EC = -RC \frac{dQ}{dt} \Rightarrow \int_{Q'=Q_0=CE}^Q \frac{dQ'}{Q' - 4EC} = \int_0^t -\frac{dt'}{RC}$$

$$\xi = Q' - 4EC \Rightarrow d\xi = dQ' \Rightarrow \int \frac{dQ'}{Q' - 4EC} = \int \frac{d\xi}{\xi} = \ln \xi = \ln(Q' - 4EC)$$

$$\Rightarrow \int_{CE}^Q \frac{dQ'}{Q' - 4EC} = \ln(Q' - 4EC) \Big|_{CE}^Q = \ln(Q - 4EC) - \ln(CE - 4EC)$$

$$= \ln\left(\frac{Q - 4EC}{-3EC}\right) = -\frac{t}{RC}$$

$$\frac{Q - 4EC}{-3EC} = e^{-t/RC} \Rightarrow Q - 4EC = -3EC e^{-t/RC}$$

$$\Rightarrow Q = 4EC - 3EC e^{-t/RC}$$

$$Q(t=\infty) = 4\epsilon C - 3\epsilon C e^{-t/RC}$$

(c)

$$Q(t=\infty) = 4\epsilon C$$

Podemos chequear $Q(t=0)$ $I(t=0)$

$$Q(t=0) = 4\epsilon C - 3\epsilon C e^{-t/RC} = 4\epsilon C - 3\epsilon C e^0 = 4\epsilon C - 3\epsilon C = \epsilon C \checkmark$$

$$\text{Por otro lado } I = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt} (4\epsilon C - 3\epsilon C e^{-t/RC})$$

$$\Rightarrow I = + 3\epsilon \left(\frac{1}{RC}\right) e^{-t/RC} = \frac{3\epsilon}{R} e^{-t/RC}$$

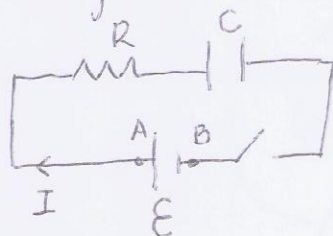
$$\Rightarrow I(t=0) = \frac{3\epsilon}{R} e^0 \Rightarrow I(t=0) = \frac{3\epsilon}{R} \checkmark$$

↑
Como se obtuvo en el inciso b).

Problema

(A)

- ① Determinar la energía cedida por la batería hasta que se carga el condensador en un circuito



$$\mathcal{E} - IR - \frac{Q}{C} = 0 \quad (1)$$

$$\mathcal{E}I - I^2R - \frac{QI}{C} = 0 \quad (2)$$

Potencia cedida por la batería ideal

$$P_{\mathcal{E}} = \mathcal{E}I \quad I = ?$$

$$Q = Q_{\max}(1 - e^{-t/RC}) \quad (3)$$

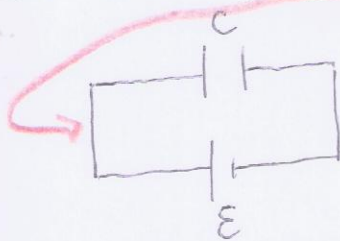
$$Q_{\max} = C\mathcal{E} \quad (4) \quad I = \frac{dQ}{dt} \quad (4')$$

$$I = C\mathcal{E} \frac{1}{RC} e^{-t/RC} = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{Energía batería} &= \int_{t=0}^{t=\infty} P_{\mathcal{E}} dt = \int_0^{\infty} \mathcal{E}I dt = \mathcal{E} \int_0^{\infty} \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-t/RC} dt \\ &= \frac{\mathcal{E}^2}{R} \int_0^{\infty} e^{-t/RC} dt = \frac{\mathcal{E}^2}{R} \left[\frac{e^{-t/RC}}{(-1/RC)} \right]_0^{\infty} = \mathcal{E}^2 C = (EC)\mathcal{E} \quad (6) \end{aligned}$$

$$\text{Batería ideal} \Rightarrow \mathcal{E} = V_A - V_B \quad (7)$$

Además al cargarse el condensador, el circuito equivalente es porque deja de pasar corriente y es como si R no existiera (no hay d.d.p.e. ó voltaje entre los extremos de R). Por lo tanto, la batería está aplicada solo sobre el condensador. Esto quiere decir que el voltaje en el condensador es $\mathcal{E}$, entonces la carga en el condensador es $Q = C\mathcal{E}$ (8)



(6), (7) y (8) $\Rightarrow E_{\text{bat}} = Q(V_A - V_B)$ (9)

(B)

✓ Q representa la carga que la batería "cedió" al condensador en el proceso de carga y Q también representa la carga que pasó del borne negativo al borne positivo de la batería durante el proceso de carga del capacitor.

✓ Además, el producto $Q(V_A - V_B)$ representa $Q(V_A - V_B) = QV_A - QV_B = U_A - U_B$, lo cual es el aumento de energía potencial eléctrica que experimenta la carga Q en su paso del terminal negativo al terminal positivo de la batería.

✓ Este aumento de energía potencial eléctrica de la carga Q es también el trabajo no conservativo realizado por la batería sobre la carga Q al ir del punto B al punto A.

✓ Por todo lo dicho hasta aquí, $E_{\text{bat}} = (EC)E$ ^{es la} Energía cedida por la batería al circuito externo que además es igual al trabajo no conservativo W_{nc} realizado en el interior de la batería.

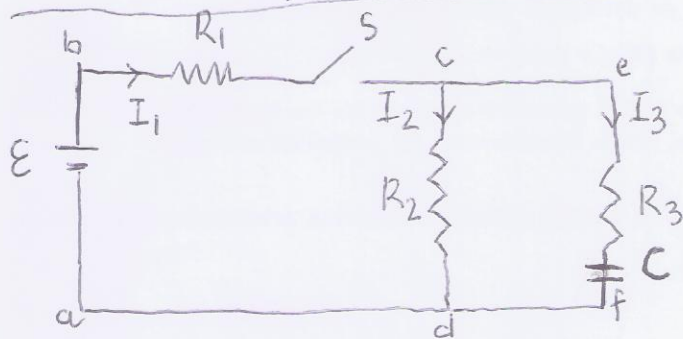
✓ ¿Cómo se reparte esa energía entre los elementos que conforman el circuito externo?

©

- ✓ Para responder esta pregunta hay que calcular la energía convertida en forma de calor en el resistor, $E_R = \int_{t_0=0}^{t_f=\infty} I^2 R dt$, y la energía acumulada en el condensador, $E_C = \int_0^{\infty} \frac{Q}{C} I dt$, usando las expresiones de $Q=Q(t)$ e $I=I(t)$ correspondientes al proceso de carga del condensador.
- ✓ El resultado es $E_R = \frac{\mathcal{E}^2 C}{2}$ y $E_C = \frac{\mathcal{E}^2 C}{2}$. Se sugiere a los estudiantes hacer estos cálculos.

Comentario: El resultado obtenido para el condensador, $E_C = \frac{\mathcal{E}^2 C}{2}$, es consistente con la fórmula que hemos demostrado en el curso para la energía acumulada por un condensador, esto es, $U_{COND} = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$.

A En el siguiente circuito



$$R_1 = R_2 = R_3 = R$$

Inicialmente C está descargado. Se cierra el interruptor en $t=0$.

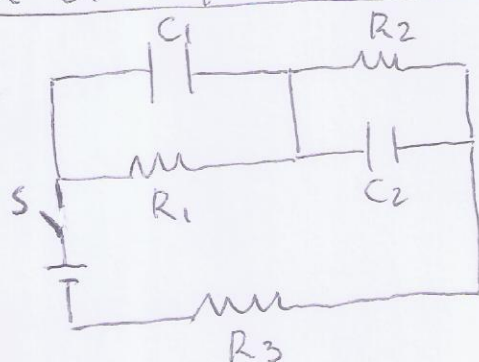
Encontrar : a) En $t=0$, $I_1, I_2, I_3, V_1, V_2, V_3, Q_C, P_E, P_{R_1}, P_{R_2}, P_C, P_{R_3}$

b) En $t=\infty$, lo mismo.

c) En cualquier tiempo t ,
 $Q=Q(t), I_1(t), I_2(t), I_3(t), V_1(t), V_2(t), V_3(t), V_C(t), P_E(t), P_{R_1}(t), P_{R_2}(t), P_{R_3}(t), P_C(t)$

d) Energía consumida en R_3 hasta que se carga el condensador.

B En el siguiente circuito



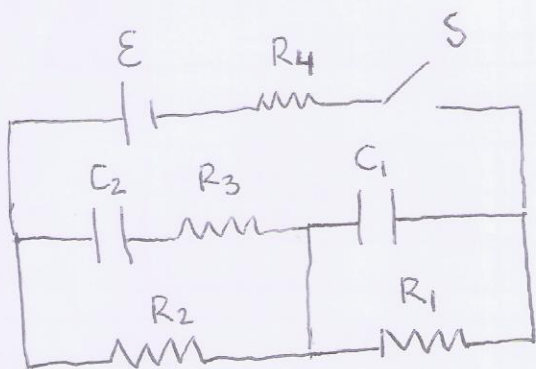
$$\begin{aligned} R_1 &= 5\Omega \\ R_2 &= 10\Omega \\ R_3 &= 15\Omega \\ C_1 &= 5\mu F \\ C_2 &= 10\mu F \\ E &= 20V \end{aligned}$$

Los condensadores están inicialmente descargados.
 La batería es ideal.
 Se cierra el interruptor S en $t=0$.

Determinar : a) En $t=0$, la corriente que pasa por la batería y la potencia de la batería.

b) En $t=\infty$, la corriente en la batería, el voltaje de cada capacitor, la energía acumulada en cada capacitor, la potencia de la batería, la potencia consumida en los resistores R_1, R_2 y R_3 .

(C) Hacer lo mismo que en el problema anterior
con:



Los condensadores están inicialmente descargados.
La batería es ideal.
Se cierra el interruptor S en $t=0$.

(F)