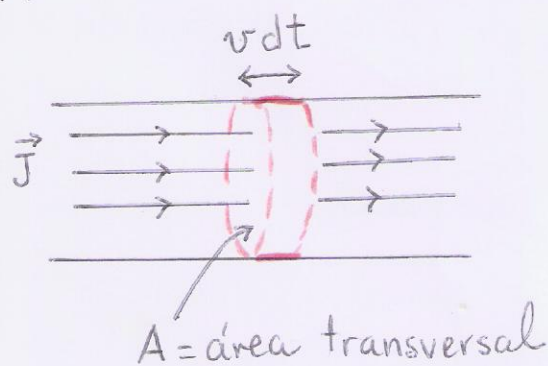
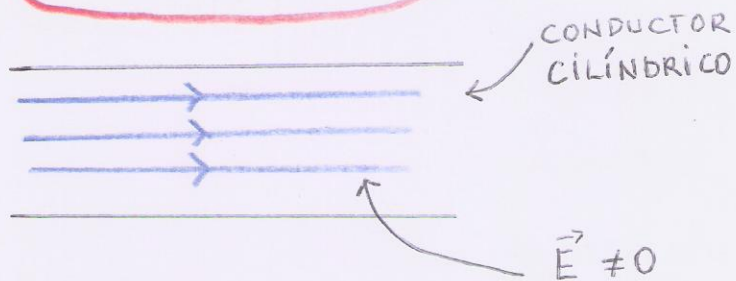


Corriente Eléctrica (en un conductor)



dQ = carga que pasa a través del área A en un tiempo infinitesimal dt

$$I = \frac{dQ}{dt} \leftarrow \text{Corriente eléctrica} \quad (1)$$

$$\left[\frac{dQ}{dt} \right] = 1 \frac{C}{s} = 1 \text{ Amperio} = 1 A$$

$$dVol = \text{volumen del cilindro imaginario (rojo)} = (v dt)(A) \quad (2)$$

$$v = \text{magnitud de la velocidad de cada partícula cargada} \quad (3)$$

(portador de carga)

$$dQ = \rho dVol \quad (4)$$

$$\rho = \text{densidad volumétrica de carga} \quad (5)$$

$$\rho = n q \quad (6)$$

$$n = \text{densidad volumétrica de partículas cargadas}$$

$$= \text{número de partículas por unidad de volumen}$$

$$q = \text{carga eléctrica de cada portador de carga}$$

$$(1) \text{ y } (4) \Rightarrow I = \frac{\rho dVol}{dt} \quad (7)$$

$$(2), (6) \text{ y } (7) \Rightarrow I = \frac{n q (v dt) A}{dt} = (n q v) A = J A \quad (8)$$

$$J = \text{magnitud del vector } \vec{J}$$

$$\vec{J} = n q \vec{v} \quad (9)$$

$$\vec{J} = \text{Densidad de corriente}$$

$$(8) \Rightarrow J = \frac{I}{A} \quad (10) ; \quad [J] = \left[\frac{I}{A} \right] = 1 \frac{A}{m^2} \quad (2)$$

En el caso de la figura de la página (1), $\vec{J}$ es constante y "entra" perpendicular a la superficie A del cilindro imaginario rojo.

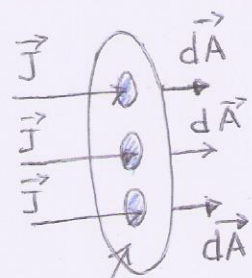
En general :
$$I = \int_{SUP} \vec{J} \cdot d\vec{A} \quad (11)$$

I es el flujo del vector $\vec{J}$. ($I = \Phi_J$)

$d\vec{A}$ = diferencial de área = área infinitesimal

Hay que recordar que cuando la superficie SUP es abierta, $d\vec{A}$ es perpendicular a la superficie y puede tener cualquier sentido. Si SUP es cerrada, $d\vec{A}$ es perpendicular a la superficie y "se aleja" del volumen encerrado por SUP.

Cuando $\vec{J}$ es constante en A y es paralela a $d\vec{A}$



A (SUP abierta)

$$I = \int_{SUP} \vec{J} \cdot d\vec{A} \quad (12)$$

$$\vec{J} \parallel d\vec{A} \Rightarrow I = \int_{SUP} J dA \quad (13)$$

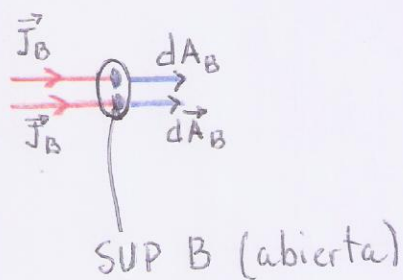
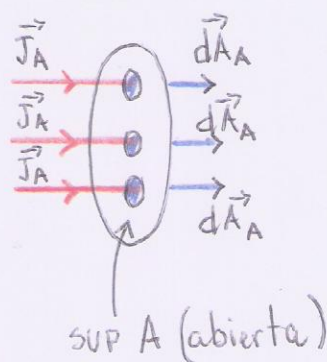
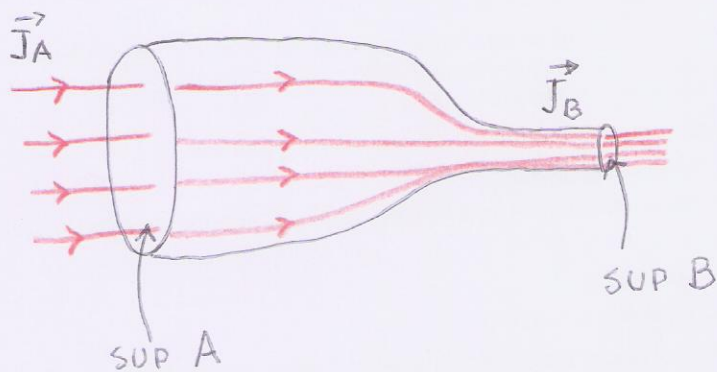
$$J \text{ constante en SUP} \Rightarrow I = J \int_{SUP} dA$$

$$\Rightarrow I = J A \quad (14)$$

$$J = \frac{I}{A} \quad (15)$$

Conductor con áreas transversales variables

(3)



$$I_A = \int_{SUP A} \vec{J}_A \cdot d\vec{A}_A \quad (16)$$

$$I_B = \int_{SUP B} \vec{J}_B \cdot d\vec{A}_B \quad (17)$$

Si $\vec{J}_A \parallel d\vec{A}_A$ y $\vec{J}_A = \text{constante}$ en SUP A

$$\Rightarrow I_A = J_A A_A \quad (18)$$

Si $\vec{J}_B \parallel d\vec{A}_B$ y $\vec{J}_B = \text{constante}$ en SUP B

$$\Rightarrow I_B = J_B A_B \quad (19)$$

Como $I_A = \left(\frac{dQ}{dt} \right)_A$ e $I_B = \left(\frac{dQ}{dt} \right)_B$,

$$I_A = I_B \quad (20)$$

De lo contrario se acumularía carga entre SUP A y SUP B ($I_B < I_A$) ó se estaría "creando" o "produciendo" carga adicional entre SUP A y SUP B ($I_B > I_A$) !!

$$(20), (19) \text{ y } (18) \Rightarrow J_A A_A = J_B A_B \Rightarrow J_B = J_A \left(\frac{A_A}{A_B} \right) \quad (21)$$

$$\text{Si } \frac{A_A}{A_B} > 1 \Rightarrow J_B > J_A \quad (22)$$

Resistividad

(4)

- ✓ $\vec{J}$ en un conductor depende de $\vec{E}$ y de la resistividad ρ (propiedad del conductor)

$$\vec{J} = \frac{\vec{E}}{\rho} \quad (23)$$

- ✓ Mientras mayor es ρ , menor es la densidad de corriente $\vec{J}$.

- ✓ Unidades de ρ : $[\rho] = \frac{[E]}{[J]} = \frac{V/m}{A/m^2} = m \cdot \frac{V}{A} = m \cdot \Omega \quad (24)$

$$1 \frac{V}{A} = 1 \Omega = 1 \text{ ohmio} \quad (25)$$

- ✓ Conductor "perfecto": $\rho = 0 \quad (26)$

- ✓ Aislante "perfecto": $\rho = \infty \quad (27)$

Conductividad $\sigma = \frac{1}{\rho} \quad (28)$ $[\sigma] = m^{-1} \Omega^{-1}$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (29)$$

- $\left\{ \begin{array}{l} \rho \text{ muy alto} \Rightarrow \sigma \text{ muy bajo} \Rightarrow \vec{J} \text{ muy bajo} \Rightarrow \text{Aislante} \\ \rho \text{ muy bajo} \Rightarrow \sigma \text{ muy alto} \Rightarrow \vec{J} \text{ muy alto} \Rightarrow \text{Conductor} \end{array} \right.$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_{Cu} = 1.72 \times 10^{-8} \Omega \cdot m \quad (\text{Cobre, conductor}) \quad (30) \\ \rho_{Ambar} = 5 \times 10^{14} \Omega \cdot m \quad (\text{ámbar, aislante}) \quad (31) \end{array} \right.$$

$$\frac{\rho_{Ambar}}{\rho_{Cu}} \sim 10^{22} \Rightarrow \frac{\sigma_{Cu}}{\sigma_{Ambar}} \sim 10^{22} \quad (32)$$

- ✓ El cobre (Cu) es un metal y su conductividad es 10^{22} veces mayor que la del ámbar que es un aislante. El cobre es un material conductor.

- ✓ En general, los materiales que son buenos conductores de corriente eléctrica, también son

buenos conductores del calor. Esto se debe a que los electrones que son portadores de carga eléctrica están "libres" en los materiales conductores y "ayudan" tanto a la transmisión de la corriente eléctrica como a la propagación del calor. (5)

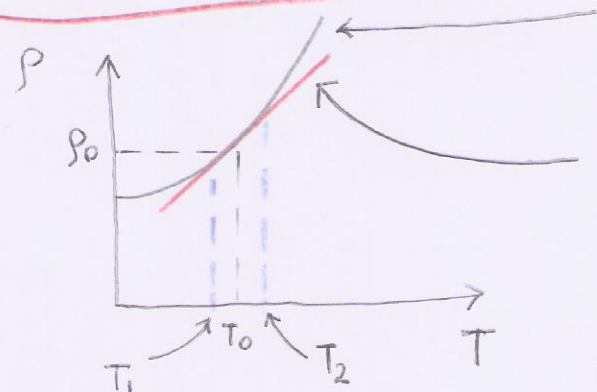
- ✓ Sin embargo, la diferencia entre buenos y malos conductores de calor es solo 3 órdenes de magnitud y no 22 órdenes como en el caso de buenos y malos conductores de electricidad.

Resistividad ρ vs temperatura T

En materiales conductores

(metales)

$\rho = \rho(T)$ para cualquier temperatura T



$\rho(T) = \rho_0 (1 + \alpha (T - T_0))$
para cualquier temperatura entre $T = T_1$ y $T = T_2$.

(T_0 = temperatura de referencia) conocidos
(ρ_0 = resistividad a $T = T_0$)
 α = coeficiente de temperatura (conocido)

$T_0 = 20^\circ\text{C}$
por ejemplo

- ✓ En general $\alpha > 0$

(electrones de conducción experimentan más choques con los iones de la red los cuales vibran más al aumentar la temperatura; esto hace que el paso de los electrones a través del material se dificulte más al aumentar T)

- ✓ En algunos materiales $\alpha < 0$; se producen más electrones de conducción dentro del material y este efecto es mayor

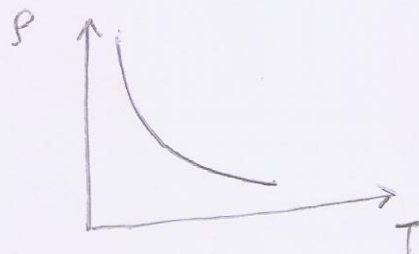
que el efecto de los choques de los electrones de conducción con los iones de la red.

(6)

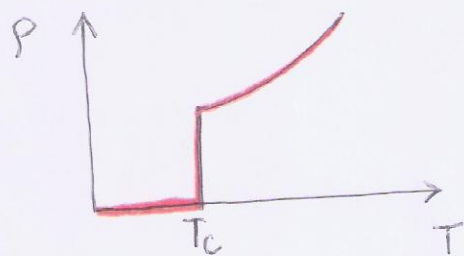
✓ En los materiales conductores $\alpha > 0 \Rightarrow$ la resistividad aumenta con la temperatura.

✓ Hay materiales como el grafito (carbón, no metal) para el que $\alpha = -0.0005 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ($\alpha < 0$). En este caso, la resistividad disminuye al aumentar la temperatura.

✓ En materiales denominados "semiconductores", ρ disminuye al aumentar T



✓ En materiales "superconductores", ρ disminuye al disminuir T (como ocurre en los materiales metálicos, conductores) pero a cierta temperatura denominada "crítica" T_c , la resistividad ρ desciende abruptamente a cero.



Una vez que se establece una corriente eléctrica en un aro superconductor, continúa indefinidamente sin la presencia de campo eléctrico alguno que la impulse.

✓ El mercurio cuyo α a temperaturas ordinarias es $\alpha = 0.00088 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, se vuelve superconductor por debajo de $T_c \approx 20 \text{ K}$ ($-253.15 \text{ } ^\circ\text{C}$).

Esto significa que para lograr "volver" superconductor al mercurio, hay que enfriarlo con el costoso Helio líquido (Temperatura de ebullición = 4.2 K) o el explosivo Hidrógeno líquido (Temperatura de ebullición = 20.3 K).

✓ En 1986 se descubrió un óxido de bario, lantano y cobre que se convierte en superconducta por debajo de $T_c \approx 40 \text{ K}$ ($-233.15 \text{ } ^\circ\text{C}$).

✓ En 1987 : Óxido de itrio, cobre y bario, T_c = por encima de 77 K (Temperatura de ebullición del nitrógeno líquido que es relativamente económico y no peligroso)

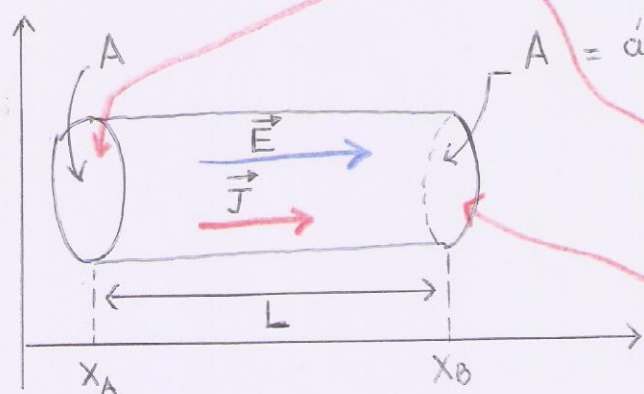
✓ En 2003 : $T_c \approx 160 \text{ K}$

Lo que se quiere es encontrar superconductores a temperatura ambiente (Premio Nóbel)

Resistencia

(8)

Supongamos que tenemos un conductor con sección transversal constante, densidad de corriente $\vec{J}$ constante y campo eléctrico $\vec{E}$ constante a lo largo de todo el conductor.



$A = \text{área transversal}$

El potencial eléctrico en la superficie transversal localizada

en x_A es V_A . El potencial eléctrico en la superficie transversal localizada en x_B es V_B

$$V_A - V_B = E(x_B - x_A) = E L \quad (33)$$

En este caso ($\vec{J} = \text{constante}$ y paralela a $d\vec{A}$)

$$I = \int_{\text{SUP}} \vec{J} \cdot d\vec{A} \Rightarrow I = J A \quad (34)$$

I es la corriente eléctrica que fluye por el conductor y $V_A - V_B = V_{AB}$ es la diferencia de potencial eléctrico o voltaje entre los extremos del conductor.

Se define la resistencia como :

$$R = \frac{V_{AB}}{I} \quad (35)$$

Comentario adicional : Un dispositivo que tenga un valor específico de resistencia entre sus extremos se llama resistor.

(9)

$$(33), (34) \text{ y } (35) \Rightarrow R = \frac{EL}{JA} \quad (36)$$

Ya que la resistividad ρ es

$$\rho = \frac{E}{J} \quad (37)$$

$$\Rightarrow R = \rho \frac{L}{A} \quad (38) \quad ; \text{ Unidades: } [R] = \frac{[\rho][L]}{[A]} = \frac{(\Omega \cdot m)(m)}{m^2}$$

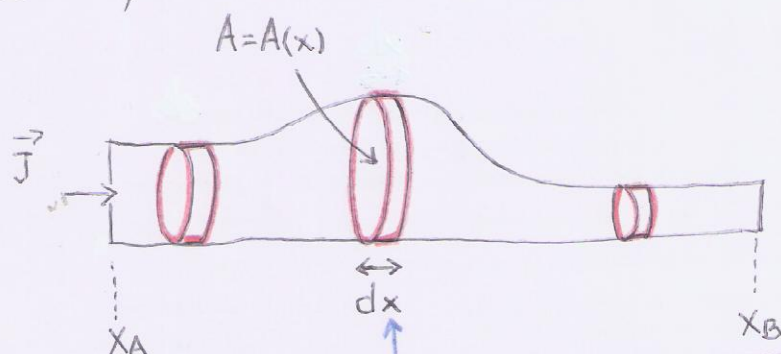
$$[R] = 1 \Omega$$

$$1 \text{ K}\Omega = 10^3 \Omega = 1.000 \Omega \text{ (mil ohmios)}$$

$$1 \text{ M}\Omega = 10^6 \Omega = 1.000.000 \Omega \text{ (un millón de ohmios)}$$

$$(35) \Rightarrow I = \frac{V_{AB}}{R} \quad (39)$$

- ✓ Mientras mayor es R , menor es la corriente eléctrica I .
- ✓ R es mayor mientras L sea mayor y A sea menor.
- ✓ Mientras mayor sea la resistividad ρ , mayor es la resistencia R .
- ✓ En un material por el que fluye una corriente eléctrica I atravesando secciones transversales variables, es decir, A no es constante:



La resistencia infinitesimal dR del cilindro "infinitesimal" es

$$dR = \rho \frac{dx}{A(x)} \quad (40)$$

La resistencia total del conductor es:

(10)

$$R = \int_{x_A}^{x_B} dR = \int_{x_A}^{x_B} \rho \frac{dx}{A(x)} \quad (40)$$

✓ La ecuación (35) $R = \frac{V_{AB}}{I}$ define la resistencia de cualquier conductor

✓ Cuando ρ es constante (a una temperatura dada) e independiente del campo eléctrico $\vec{E}$, se dice que el conductor obedece la "ley de Ohm"

Conductor óhmico

Obedece la ley de Ohm

$\Rightarrow \rho = \text{constante}$ e independiente de $\vec{E}$

Consecuencias:

(a) $\vec{J} = \frac{\vec{E}}{\rho}$ ó $\vec{J} = \sigma \vec{E} \Rightarrow \vec{J}$ depende linealmente de $\vec{E}$

(b) $R = \frac{V_{AB}}{I} = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow R$ es constante (a una temperatura dada)

Recordar que $\rho = \rho_0 (1 + \alpha(T - T_0))$

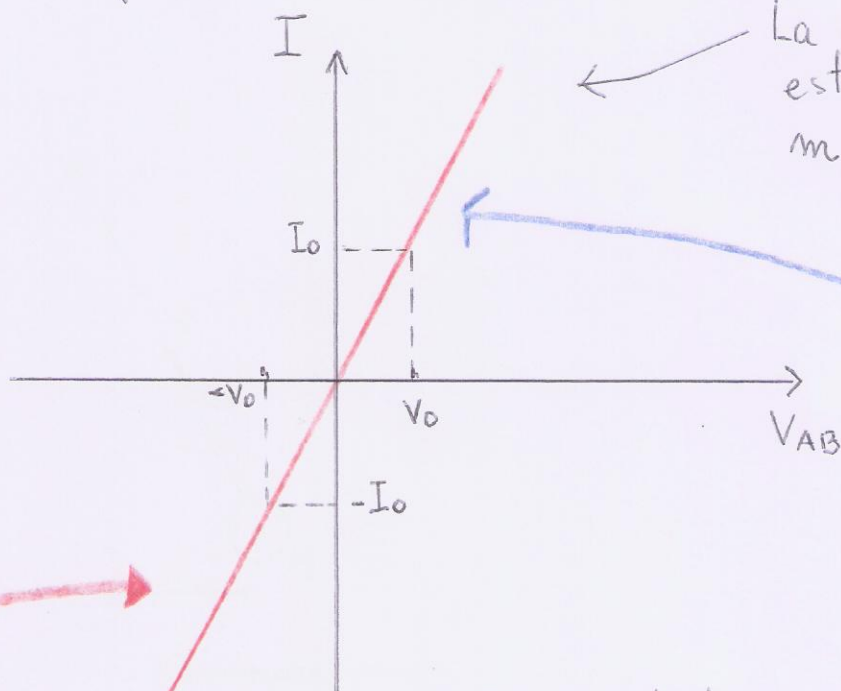
$$\Rightarrow R = \rho_0 (1 + \alpha(T - T_0)) \frac{L}{A}$$

Si la temperatura no cambia, R es constante

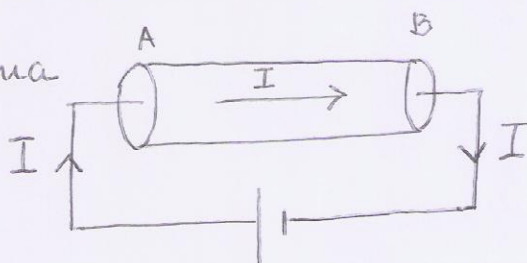
Si R es constante (material óhmico)

(11)

$$\Rightarrow I = \frac{V_{AB}}{R} = \left(\frac{1}{R}\right) V_{AB} \quad (41)$$

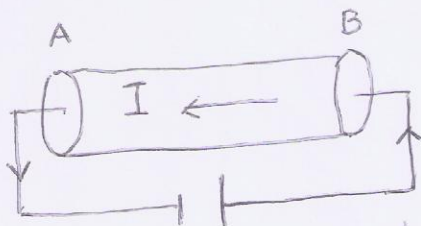


$V_{AB} > 0 \Rightarrow$ que el conductor está conectado a la batería de la siguiente forma



$\Rightarrow$ la corriente eléctrica "se mueve" en sentido horario ($I > 0$)

$V_{AB} < 0 \Rightarrow$ que el conductor está conectado a la batería



$\Rightarrow$ la corriente se mueve en sentido anti-horario ($I < 0$)

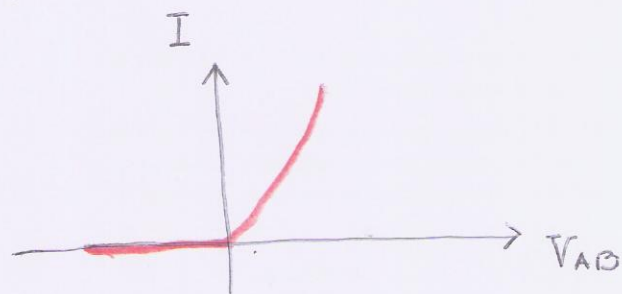
✓ La única diferencia entre el caso $V_{AB} > 0$ ($I > 0$) (12) y el caso $V_{AB} < 0$ ($I < 0$) es el sentido en el que se mueve la corriente eléctrica I .

✓ Entonces, en un conductor óhmico, no importa el sentido en el que se mueva la corriente eléctrica; los valores absolutos de ella van a ser los mismos ya sea que I se mueva en sentido horario o anti-horario (ver figura de la pag. (11)).

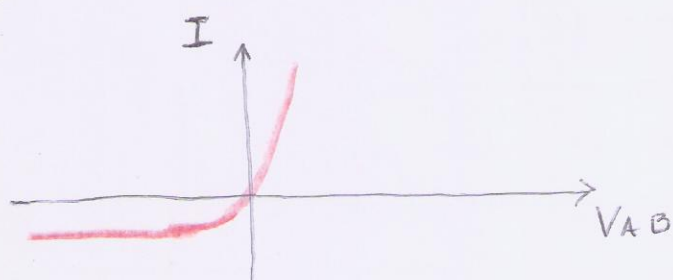
Dispositivos que no obedecen la ley de Ohm

En estos dispositivos no se cumple que la corriente I tenga una relación lineal ($I = \frac{V_{AB}}{R}$) con el voltaje V_{AB} y/o los valores de I pueden ser diferentes para distintos sentidos del movimiento de la corriente.

Ejemplo: Diodo de vacío (convierte corriente alterna en corriente directa)



Diodo semiconductor

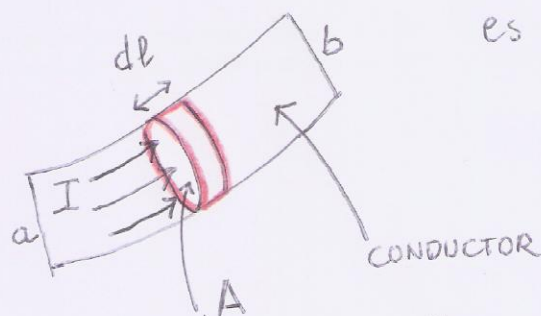


Otra forma de calcular la resistencia

Como hemos visto (ver ec. (40), pag. (10)), la resistencia puede ser calculada a partir de

$$R = \int \rho \frac{dl}{A} \quad (42)$$

donde dl es una longitud infinitesimal y A es el área asociada a esa longitud infinitesimal como se muestra en la figura; ρ es la resistividad del conductor que en el caso de un material óhmico es constante.



$$\Rightarrow R = \rho \int \frac{dl}{A}$$

Integral realizada a lo largo del conductor.

(Ver. Ejemplo 25.4, pag. 954, Sears-Zemansky)

Otra forma de calcular R es usando:

$$R = \frac{V_{AB}}{I} = \frac{\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r}}{\int_{\text{SUP}} \vec{J} \cdot d\vec{A}} \quad (43)$$

donde la integral del numerador es de línea entre los extremos a y b del conductor; y la integral del denominador es una integral de superficie relacionada al flujo del campo eléctrico $\vec{E}$ a través del área A .

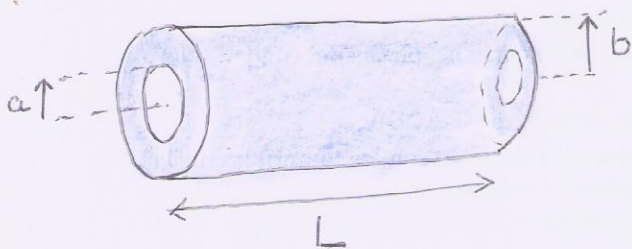
Sugerencia: Resuelva el Ejemplo 25.4 usando la ecuación (43).

Problemas para hacer:

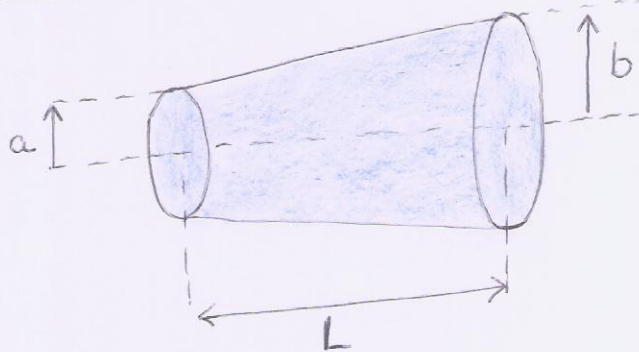
En los siguientes problemas, la resistividad de los conductores es $\rho = \text{constante}$.

Encontrar la resistencia de:

- a) Un conductor óhmico cilíndrico de longitud L . El conductor tiene un hueco de radio a y el radio externo del cilindro es b . Se supone que la corriente eléctrica fluye horizontalmente.



- b) Conductor sólido óhmico. Se supone que la corriente eléctrica fluye horizontalmente.



- c) Conductor esférico de radio a con hueco de radio b . Se supone que la corriente eléctrica fluye radialmente.

