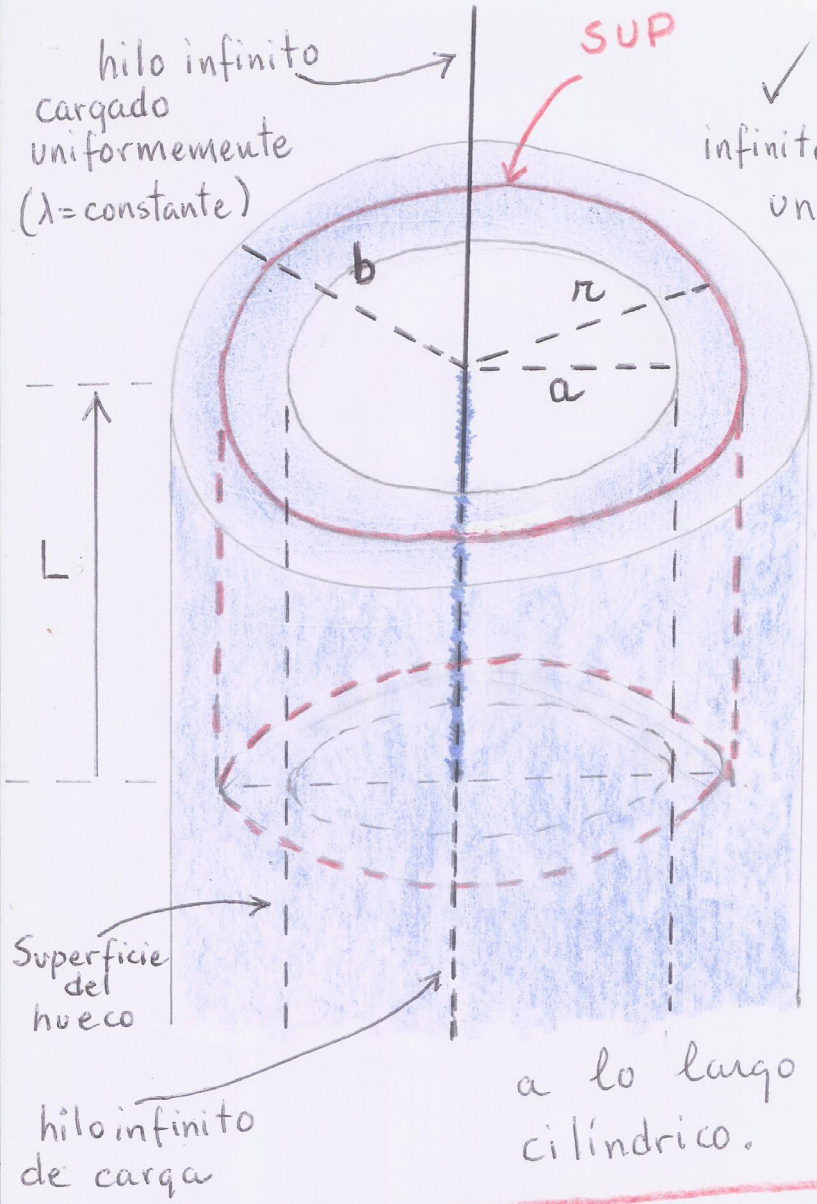




✓ Tenemos un aislante cilíndrico infinito de radio b (región azul) con un hueco cilíndrico de radio a (región blanca).

✓ El aislante (región azul) contiene una carga eléctrica distribuida uniformemente en su volumen
 $\Rightarrow \rho = \text{constante}$
 $= \text{densidad volumétrica de carga}$

✓ Además tenemos un hilo infinito cargado uniformemente ($\lambda = \text{constante}$) localizado a lo largo del eje de simetría del aislante cilíndrico.

Determinación del campo eléctrico en la región $a \leq r \leq b$

SUP = Superficie cerrada gaussiana cilíndrica de radio r y altura L

ley de Gauss $\Rightarrow \oint_{\text{SUP}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} \quad (1)$

Simetría cilíndrica $\Rightarrow \oint_{\text{SUP}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = E 2\pi r L \quad (2)$

La carga encerrada por **SUP** es

(B)

$$Q_{\text{enc}} = Q_{\text{aislante cilíndrico}} + Q_{\text{hilo}} \quad (3)$$

$Q_{\text{aislante cilíndrico}}$ = carga encerrada por **SUP** y contenida en el aislante cilíndrico entre $r=a$ y el radio r genérico de la superficie gaussiana **SUP**.

Q_{hilo} = carga encerrada por **SUP** y contenida en el hilo cargado entre $z=0$ y $z=L$.

✓ Para $Q_{\text{aislante cilíndrico}}$ se sabe que $\rho = \frac{dq}{d\text{Vol}} = \text{constante}$

$$\Rightarrow dq = \rho d\text{Vol} \quad (3), \text{ donde } d\text{Vol} = 2\pi r' L dr' \quad (4) *$$

↑
ver Clase 4, 9 Octubre 2025, pag (B)

Usando (3) y (4) podemos escribir $Q_{\text{aislante cilíndrico}}$ como

$$Q_{\text{aislante cilíndrico}} = \int \rho d\text{Vol} = \rho \int_a^r 2\pi r' dr' L = 2\pi L \rho \int_a^r r' dr'$$

$$Q_{\text{aislante cilíndrico}} = 2\pi L \rho \frac{r'^2}{2} \Big|_a^r = \pi L \rho (r^2 - a^2) \quad (5)$$

✓ Para Q_{hilo} se sabe que $\lambda = \frac{dq}{dl} = \frac{dq}{dz} = \text{constante}$

$$\Rightarrow dq = \lambda dz \Rightarrow Q_{\text{hilo}} = \int dq = \int_0^L \lambda dz = \lambda \int_0^L dz = \lambda L \quad (6)$$

* $d\text{Vol}$ es el volumen de un cilindro infinitesimal de radio r' , altura L y grosor dr' contenido en la región azul (aislante) entre $r'=a$ y $r'=r$.

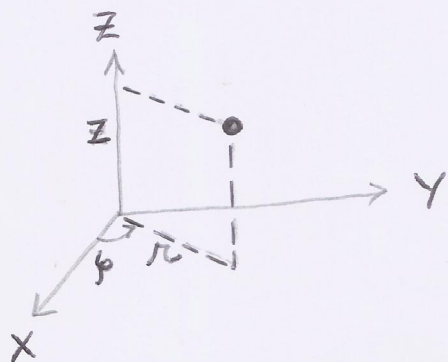
(C)

$$(3), (5) \text{ y } (6) \Rightarrow Q_{\text{enc}} = \pi L \rho (r^2 - a^2) + \lambda L \quad (7)$$

$$(1), (2) \text{ y } (7) \Rightarrow E 2\pi r L = \frac{\pi L \rho (r^2 - a^2) + \lambda L}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \left(\pi \rho (r^2 - a^2) + \lambda \right) \quad (8)$$

$\Rightarrow \vec{E} = E \hat{r}$, donde $\hat{r}$ es un vector unitario en la dirección radial (Coordenadas cilíndricas)



Adicional: Encontrar $\vec{E}$ en las regiones:

a) $0 \leq r \leq a$

b) $b \leq r < \infty$