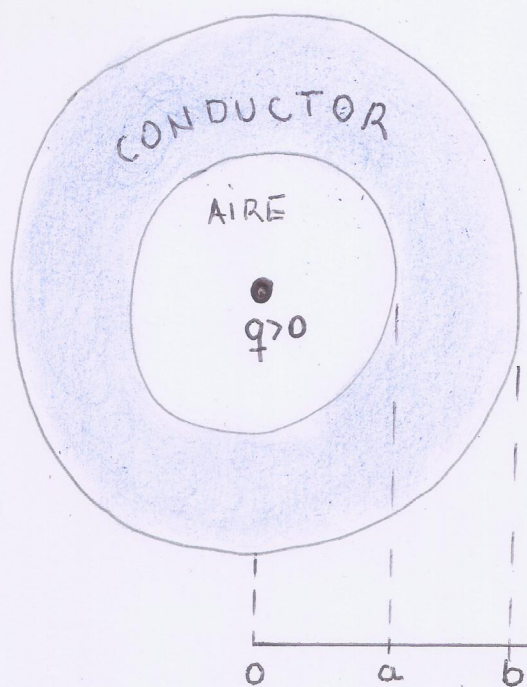




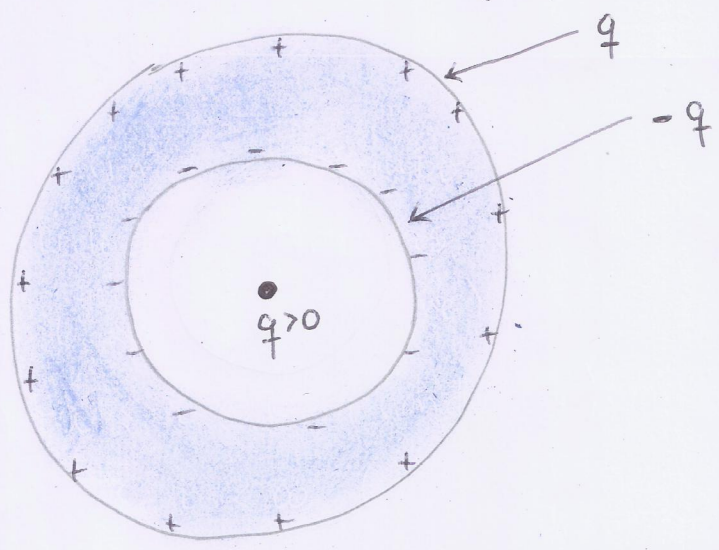
- ✓ Conductor esférico de radio b con hueco esférico concéntrico de radio a .
- ✓ Hay una carga eléctrica puntual positiva en el centro geométrico del sistema ($r=0$).
- ✓ El conductor está neutro.

① Determinar el campo eléctrico en función de r y cantidades conocidas en las siguientes regiones:

- a) $0 \leq r \leq a$ (aire)
- b) $a \leq r \leq b$ (conductor)
- c) $b \leq r < \infty$ (aire)

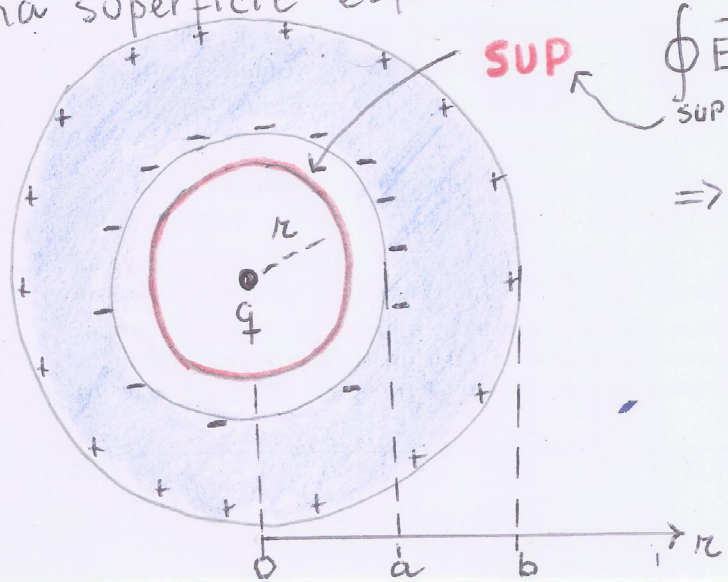
② Hacer un gráfico de E vs. r .

✓ A partir de la ley de Gauss aplicada en el volumen del conductor, hemos concluido que se induce una carga negativa $(-q)$ en la superficie interna del conductor $(r=a)$ y, simultáneamente, como el conductor inicialmente se supone neutro, se induce una carga positiva q en la superficie externa del conductor $(r=b)$.
(Ver clase 6, 9 de Octubre 2025)



✓ Determinación del campo eléctrico en la región $0 \leq r \leq a$

Se dibuja una superficie cerrada gaussiana (SUP) en la región $0 \leq r \leq a$. Debido a la simetría del problema, SUP es una superficie esférica de radio r .



SUP $\oint_{SUP} \vec{E} \cdot d\vec{A} = E 4\pi r^2 = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0} = \frac{q}{\epsilon_0}$

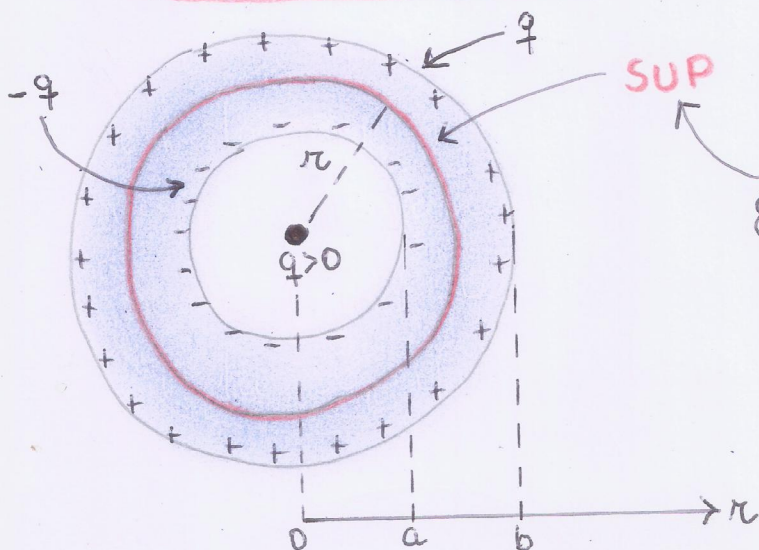
$\Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad (1)$

$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \quad (2)$

donde $\hat{r}$ = vector unitario en dirección radial
 $q > 0 \Rightarrow$ "líneas de $\vec{E}$ salen de la carga q "

Determinación del campo eléctrico en la región $a \leq r \leq b$ (Conductor)

(3)



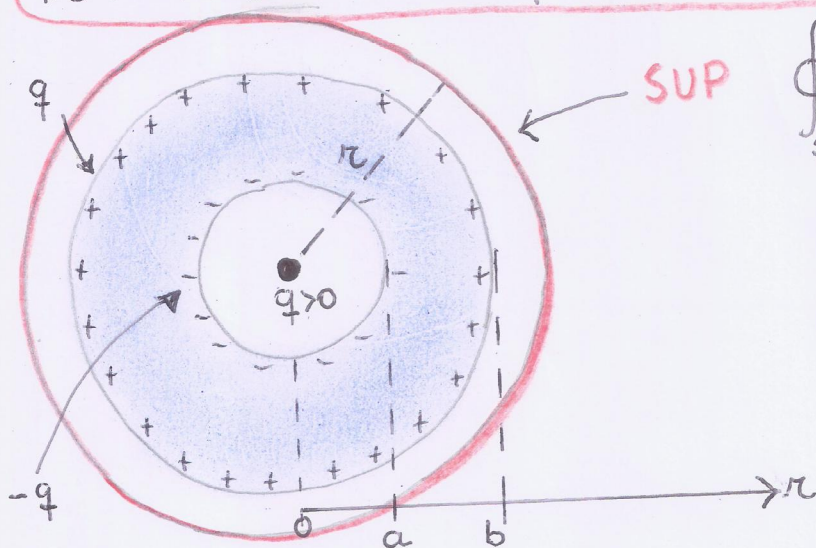
$$\oint_{\text{SUP}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = E 4\pi r^2 \quad (3)$$

En condición electrostática $E = 0$ (4)

$$\Rightarrow \oint_{\text{SUP}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0 = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow Q_{\text{enc}} = 0 \quad \checkmark \quad (5)$$

Determinación del campo eléctrico en la región $b \leq r < \infty$ (aire)



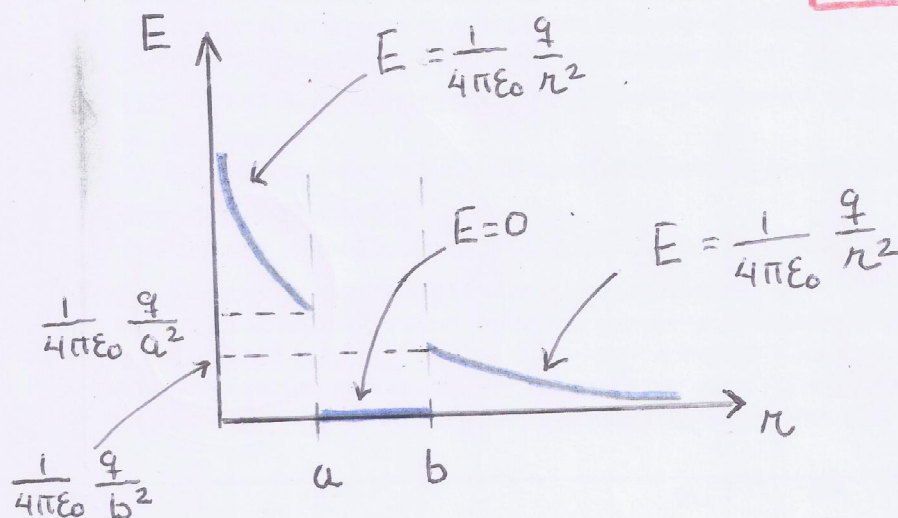
$$\oint_{\text{SUP}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = E 4\pi r^2 = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} \quad (6)$$

$$Q_{\text{enc}} = q - q + q$$

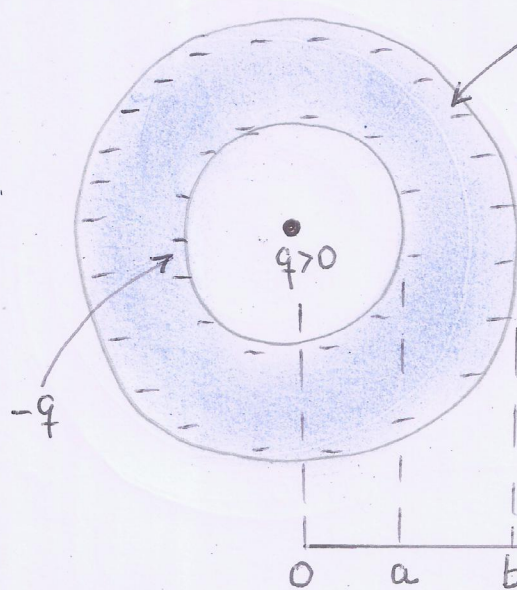
$$Q_{\text{enc}} = q \quad (7)$$

$$(6) \text{ y } (7) \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \quad (8)$$



- ✓ Supongamos que se añade al conductor una carga negativa de $-5q$.
- ✓ Calculemos ahora el campo eléctrico en cada una de las regiones relevantes.
- ✓ Como se discutió al final del documento clase 6 de la clase del 9 de Octubre 2025, la carga añadida se "va hacia la superficie externa del conductor. Es muy importante entender el argumento que lleva a esta conclusión.



$$q - 5q = -4q$$

✓ La modificación que ocurre en este caso es en la carga eléctrica que se acumula en la superficie externa del conductor ($r=b$).

✓ No ocurre ningún cambio de carga ni en la superficie interna del conductor ($r=a$) ni en el centro

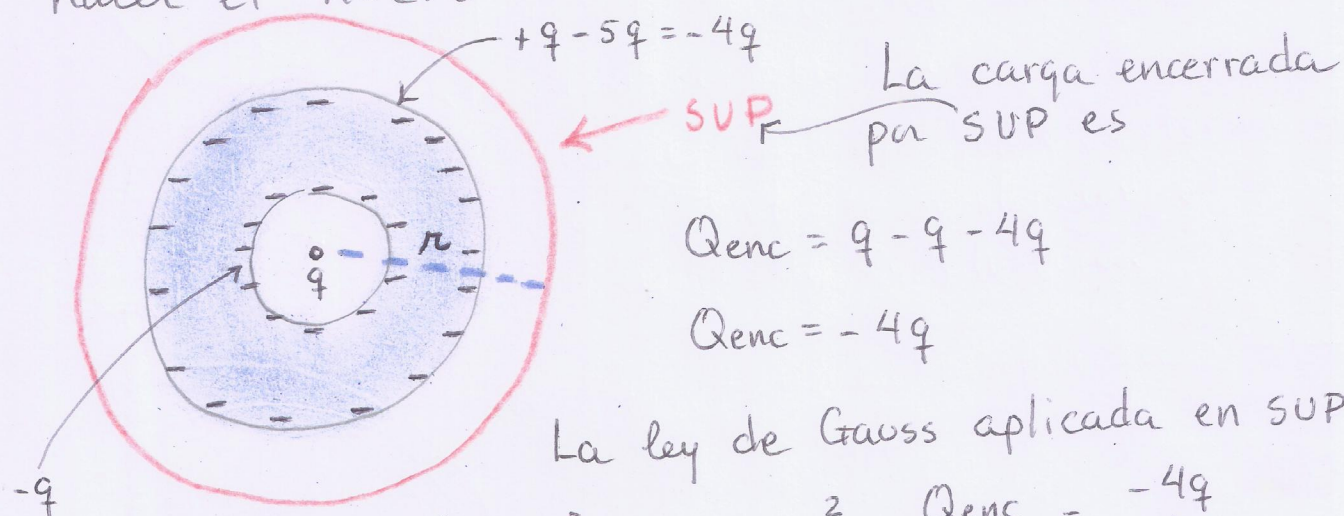
geométrico del sistema ($r=0$).

- ✓ Por lo dicho anteriormente, los campos eléctricos no cambian en las regiones $0 \leq r \leq a$ y $a \leq r \leq b$. Son iguales a los que se muestran en las ecuaciones (2) (página 2) y (4) (página 3).

(5)

El campo eléctrico que cambia es el que corresponde a la región externa $b \leq r < \infty$.

Es por ello que dibujamos una superficie esférica gaussiana SUP en esa región para hacer el nuevo cálculo del campo eléctrico.



$$Q_{\text{enc}} = q - q - q$$

$$Q_{\text{enc}} = -4q$$

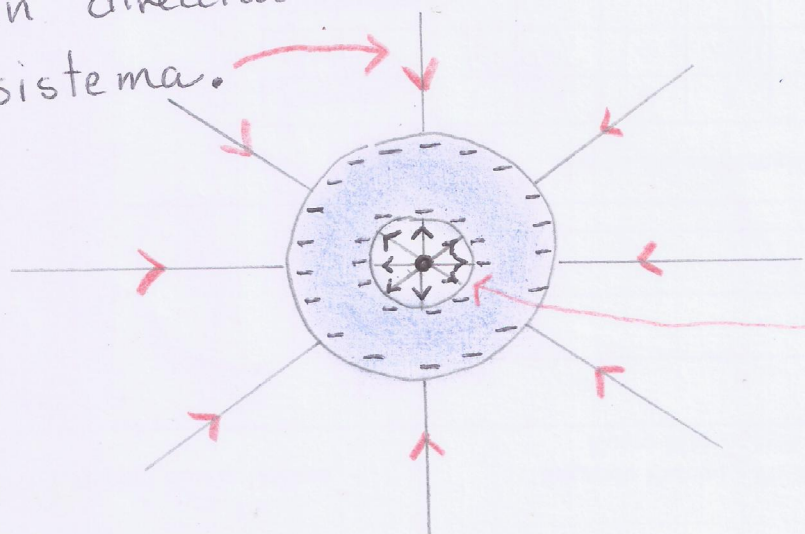
La ley de Gauss aplicada en SUP

conduce a.

$$\oint_{\text{SU}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = E 4\pi r^2 = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} = \frac{-4q}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(-4q)}{r^2} \Rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(-4q)}{r^2} \hat{r}} \quad (9)$$

Las líneas de $\vec{E}$ en la región $b \leq r < \infty$ van en dirección radial hacia el centro geométrico del sistema.



✓ Mientras tanto, en la región interna, las líneas de $\vec{E}$ van radialmente hacia afuera.

✓ En la región intermedia (conducta) $E = 0$

(6)

Cálculos adicionales:

Determinación de la densidad superficial de carga acumulada en la superficie externa del conductor ($r=b$)

$$Q(r=b) = -4q \quad (10)$$

Si se asume que el conductor es un conductor "perfecto", la carga depositada sobre la superficie externa del conductor se distribuye uniformemente

$\Rightarrow$ la densidad superficial de carga en $r=b$

$\sigma(r=b)$ es constante.

$$\text{Como } \sigma = \frac{dq}{dA} \Rightarrow Q(r=b) = \int \sigma dA = \sigma \int dA = \sigma 4\pi b^2$$

Integral realizada en la superficie externa del conductor, $r=b$.

$$\Rightarrow \sigma = \frac{Q(r=b)}{4\pi b^2} = \frac{-4q}{4\pi b^2} \Rightarrow \sigma(r=b) = -\frac{q}{\pi b^2} \quad (11)$$

Determinación de la densidad superficial de carga acumulada en la superficie interna del conductor ($r=a$)

$$\sigma(r=a) = \frac{Q(r=a)}{4\pi a^2} = \frac{-q}{4\pi a^2}$$