

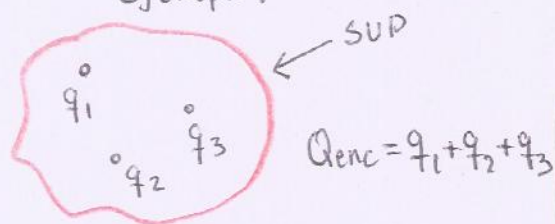
Aplicaciones de la ley de Gauss

①

① Cálculo de flujo eléctrico

$$\Phi_E = \oint_{\text{SUP}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$

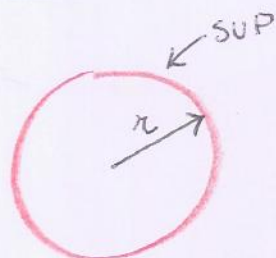
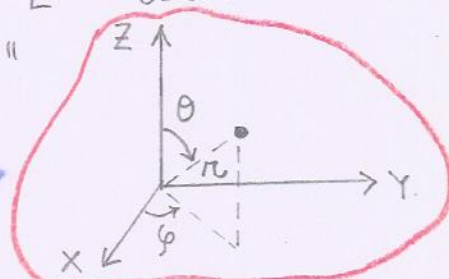
Ejemplo:



② Si se conoce la distribución de carga eléctrica y si ésta tiene simetría esférica, cilíndrica o cartesiana, entonces es posible obtener $\vec{E}$ "sacándolo de la integral $\oint_{\text{SUP}} \vec{E} \cdot d\vec{A}$ y despejándolo"

Simetría Esférica

$$\rho = \rho(r)$$

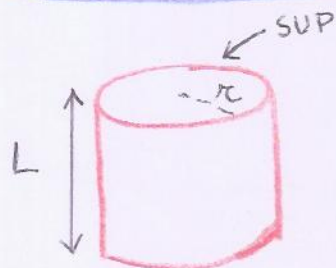


$$\oint_{\text{SUP}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = E 4\pi r^2 = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_{\text{enc}}}{r^2}$$

$$Q_{\text{enc}} = \int \rho dV = \int \rho(r') 4\pi r'^2 dr'$$

Integral realizada en la región encerrada por SUP donde existe carga

Simetría cilíndrica



$$\oint_{\text{SUP}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = E 2\pi r L = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q_{\text{enc}}}{L} \right) \left(\frac{1}{r} \right)$$

$$Q_{\text{enc}} = \int \rho dV = \int \rho(r') 2\pi r' L dr'$$

Integral realizada en la región encerrada por SUP donde existe carga

Simetría cartesiana

Ver ejemplo del plano infinito cargado uniformemente.

- ③ Si se conoce el campo $\vec{E}$, la ley de Gauss puede permitir que se determine la distribución de carga eléctrica. ②

Conductores (Situación o Condición Electroestática)

Electroestática = carga eléctrica en reposo (en promedio)

✓ En condición electrostática, el campo eléctrico dentro de un conductor es CERO.

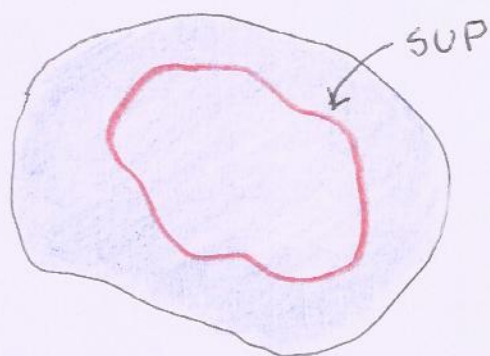
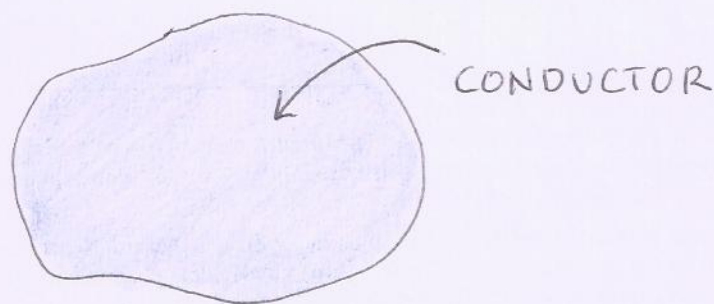
✓ Si $\vec{E}$ no fuese cero, las cargas eléctricas que se añaden a un conductor estarían moviéndose.

✓ Esto se debe a que la fuerza sobre una carga cualquiera q en un campo eléctrico $\vec{E}$ es $\vec{F}_q = q \vec{E}$.

✓ Veamos un ejemplo relacionado al punto ③.

✓ Supongamos que tenemos un conductor como el que se muestra en la figura al que se le añade una carga eléctrica positiva en su interior.

(3)



Se dibuja una superficie cerrada Gaussiana (roja) dentro del volumen del conductor como se muestra.

✓ Se aplica la ley de Gauss utilizando esta superficie SUP, esto es:

$$\Phi_E = \oint_{SUP} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

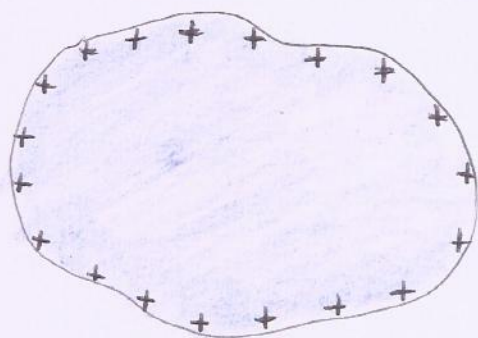
✓ Como $\vec{E} = 0$ dentro de un conductor en condiciones electrostáticas, entonces $\oint_{SUP} \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$ y

por lo tanto $Q_{enc} = 0$.

✓ Si se introdujo carga eléctrica en el conductor, esta carga no está en el volumen encerrado por la superficie SUP.

✓ La carga que se ha añadido al conductor no se encuentra dentro del volumen del conductor pero está en alguna parte.

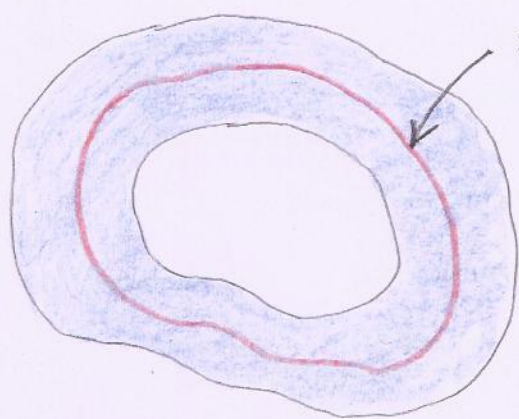
✓ ¿Dónde? En la superficie externa del conductor.



✓ Hemos usado la ley de Gauss en un conductor en condiciones electrostáticas: el conocimiento de que $\vec{E} = 0$ dentro del conductor ha permitido determinar la distribución de la carga eléctrica añadida a éste, esto es, la carga eléctrica añadida se va hacia la superficie externa del conductor (si el conductor no tiene hueco).

✓ ¿Qué pasa si el conductor tiene un hueco? ¿Hacia adonde se va la carga añadida?

(5)

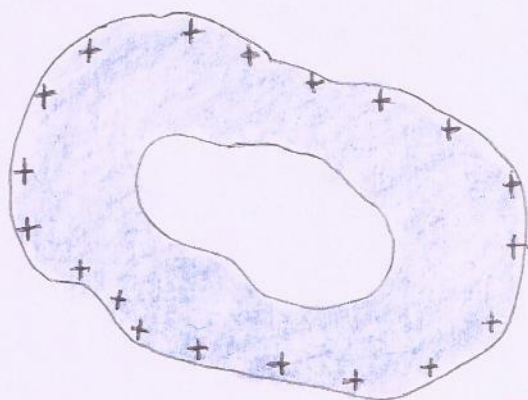


Ya que $\vec{E} = 0$ dentro del conductor en condiciones electrostáticas

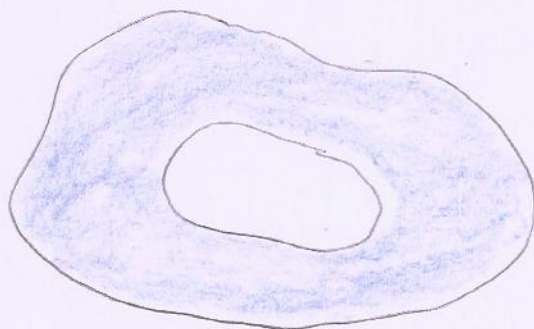
$$\Rightarrow \oint_{\text{SUP}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0 = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow Q_{\text{enc}} = 0$$

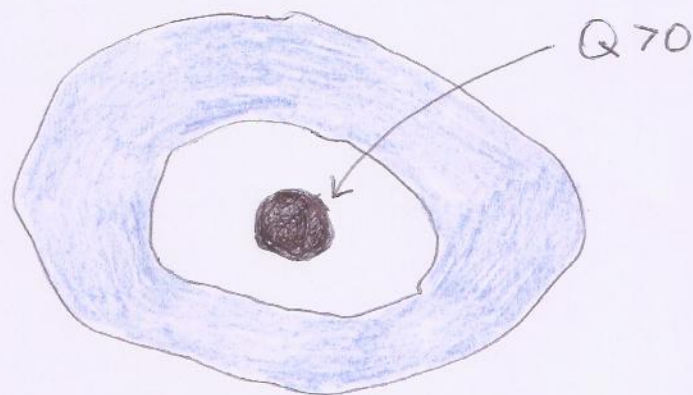
Esto quiere decir que SUP no encierra la carga añadida.
 $\Rightarrow$ la carga añadida se deposita en la superficie externa del conductor.



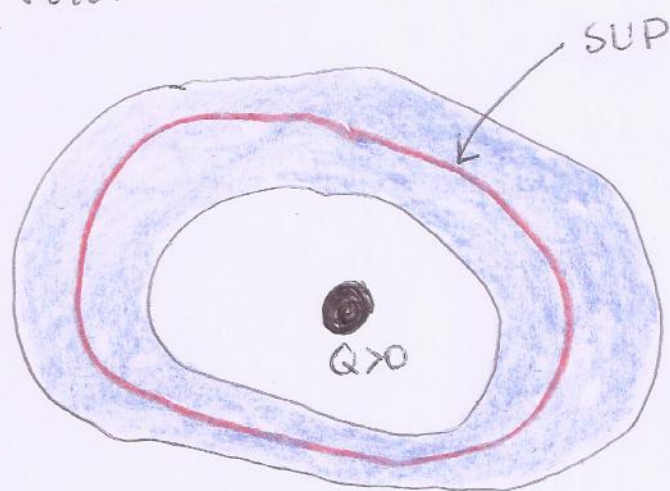
✓ Supongamos que tenemos un conductor con un hueco y que el conductor inicialmente no tiene carga eléctrica.



- ✓ Supongamos que introducimos una carga Q positiva en algún punto del hueco o cavidad del conductor. (6)



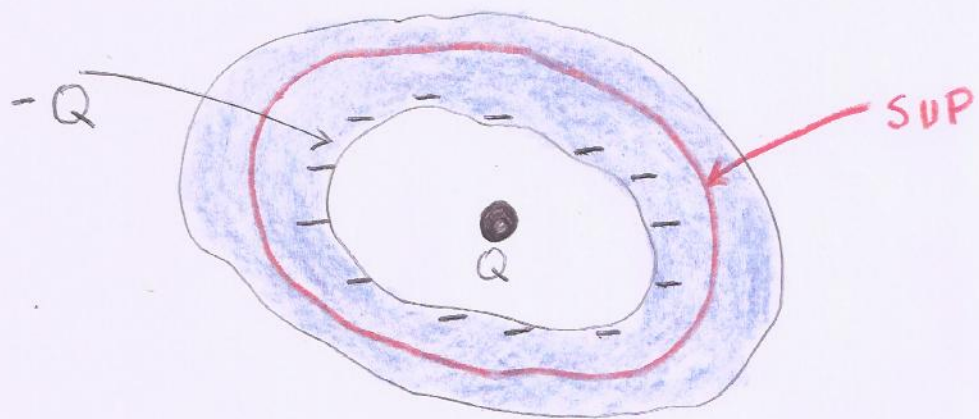
- ✓ La carga Q puede ser una carga puntual ó un conjunto de varias cargas puntuales (que sumadas dan Q) ó una distribución continua de cargas cuya carga neta es Q .
- ✓ Apliquemos la ley de Gauss usando una superficie cerrada Gaussiana SUP localizada dentro del conductor (volumen



Como (en condiciones electrostáticas) $\vec{E}$ es igual a cero en el conductor, $\oint_{SUP} \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0 \Rightarrow Q_{enc} = 0$

(7)

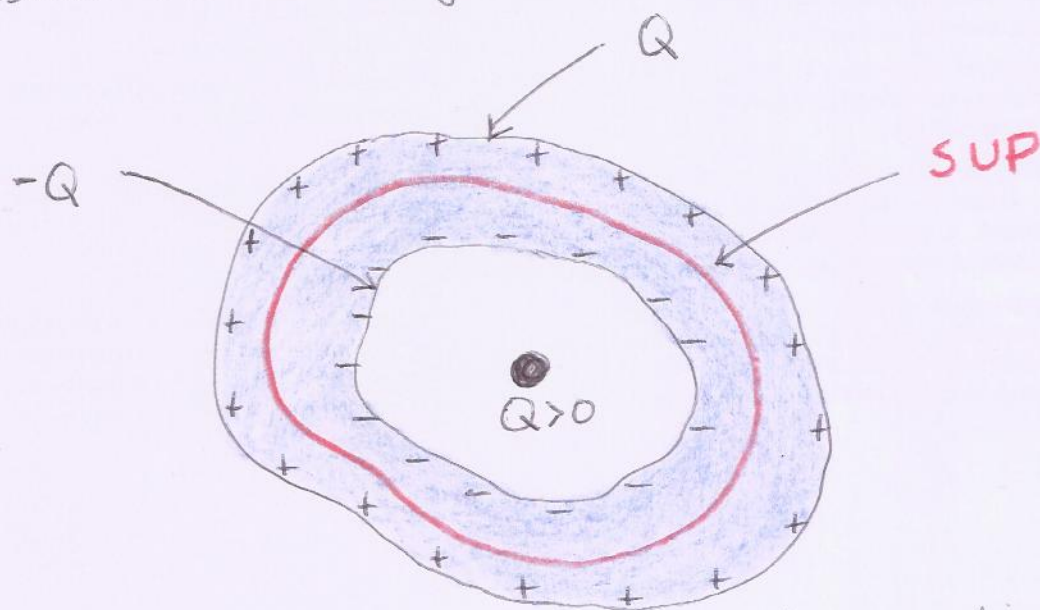
- ✓ Una vez más : la carga encerrada por la superficie gaussiana SUP es cero.
- ✓ Pero en este caso , sabemos que existe una carga $Q > 0$ localizada en el hueco del conductor.
- ✓ En la ley de Gauss, Q_{enc} es la carga neta encerrada por SUP.
- ✓ Sabemos que por la ley de Gauss, $Q_{enc} = 0$.
- ✓ Todo lo dicho hasta aquí puede ser explicado si se induce una carga eléctrica $-Q$ en la superficie interna del conductor la cual anula a la carga Q que se encuentra en el hueco del conductor.



Esto es lo que pasa.

- ✓ Pero además ocurre que como el conductor originalmente es neutro, debe seguir siendo neutro.

✓ Para ello lo que pasa es que se induce simultáneamente una carga Q en la superficie externa del conducta que anula a la carga $-Q$ que se indujo en la superficie interna del conducta como se muestra en la siguiente figura. (8)



✓ De esta forma se cumple con dos condiciones:

① La carga neta encerrada por SUP es nula.

Esto debe ser así pues $\oint_{SUP} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0} = 0$

porque $\vec{E} = 0$ en un conductor en condiciones electrostáticas.

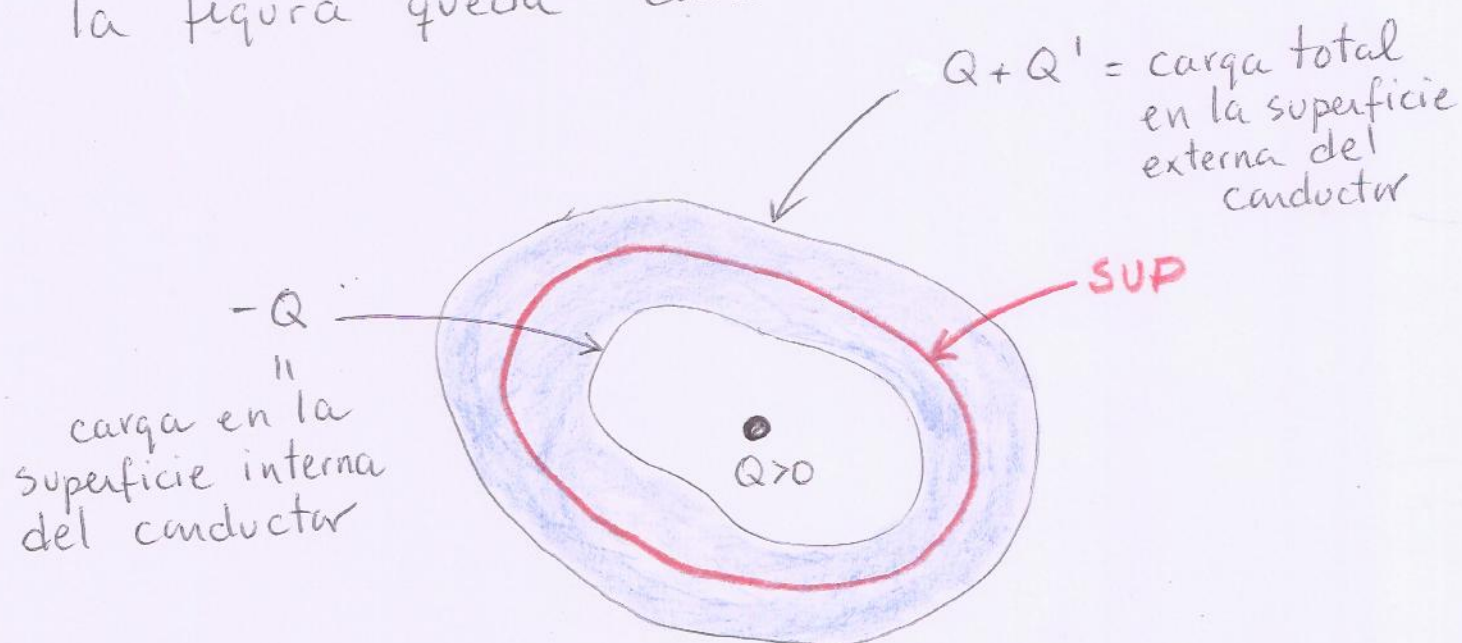
② El conducta se mantiene neutro porque se induce una carga $-Q$ en su superficie interna y una carga $+Q$ en su superficie externa que anula a la primera.

(9)

✓ ¿Qué pasaría si añadimos una carga Q' al conductor?

Respuesta: Sea cual sea el signo de la carga Q' , se iría hacia la superficie externa del conductor (no a la superficie interna)

✓ En el problema que venimos desarrollando la figura queda como:



✓ De esta forma se sigue cumpliendo que Q_{enc} por SUP es cero lo cual debe ser puesto que $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0} = 0$, ya que

$\vec{E} = 0$ dentro del conductor en condiciones electrostáticas.

✓ El conductor ahora no es neutro

$$Q_{conductor} = Q_{sup\ internal} + Q_{sup\ ext} = -Q + (Q + Q') = Q'$$