

Consideraciones geométricas importantes

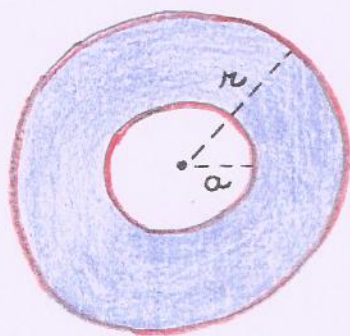
(A)

Simetría Esférica

Esfera sólida de radio r 

$$\text{Volumen} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\text{Superficie} = 4\pi r^2$$

Esfera sólida de radio r con hueco esférico de radio a 

$$\text{Volumen del hueco o cavidad} = \frac{4}{3}\pi a^3$$

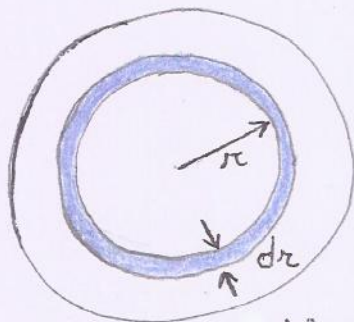
$$\text{Superficie del hueco o cavidad} = 4\pi a^2$$

(superficie interna de la esfera sólida)

$$\text{Volumen sólido} = \frac{4}{3}\pi r^3 - \frac{4}{3}\pi a^3$$

$$\text{Superficie externa de la esfera sólida} = 4\pi r^2$$

Volumen infinitesimal usado en problemas con simetría esférica



diferencial de volumen

$$d\text{Vol} = 4\pi r^2 dr$$

Ejemplo: Una esfera sólida tiene una carga Q distribuida uniformemente ($\rho = \text{constante}$). La esfera tiene radio R .

$$\text{Determinar } \rho. \quad \rho = \frac{dq}{d\text{Vol}} \Rightarrow Q = \int dq = \int \rho d\text{Vol}$$

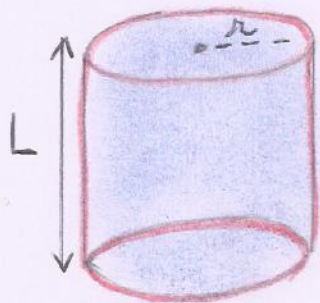
$$Q = \rho \int d\text{Vol} = \rho \int_0^R 4\pi r^2 dr = \rho \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow \rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3Q}{4\pi R^3}$$

↑ en el volumen de la esfera

(B)

Simetría Cilíndrica

Cilindro sólido de radio r y altura L

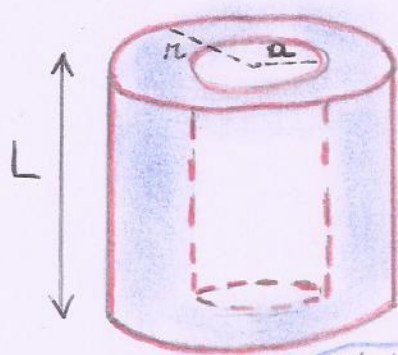


$$\text{Volumen} = \pi r^2 L$$

$$\text{Superficie de la tapa} = \pi r^2$$

$$\text{Superficie cilíndrica} = 2\pi r L$$

Cilindro sólido de radio r con un hueco cilíndrico de radio a



$$\text{Volumen del hueco cilíndrico de radio } a \text{ y altura } L = \pi a^2 L$$

$$\text{Volumen del cilindro sólido (volumen azul)} = \pi r^2 L - \pi a^2 L$$

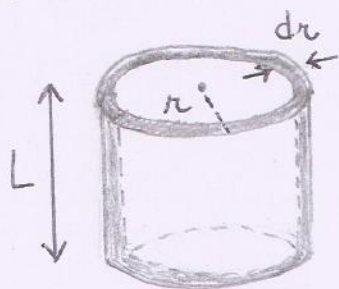
$$\text{Superficie externa cilíndrica del cilindro sólido} = 2\pi r L$$

$$\text{Superficie interna cilíndrica del cilindro sólido} = 2\pi a L$$

$$\text{Superficie de la tapa del hueco cilíndrico} = \pi a^2$$

$$\text{Superficie de la "tapa" del cilindro sólido} = \pi r^2 - \pi a^2$$

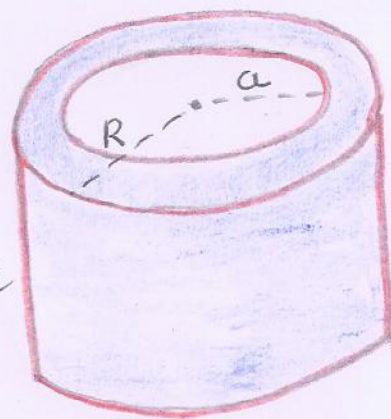
Volumen infinitesimal usado en problemas con simetría cilíndrica



$$d\text{Vol} = L 2\pi r dr$$

Ejemplo: Un cilindro ~~hollow~~ sólido de radio R tiene un hueco cilíndrico de radio a . Existe una carga eléctrica distribuida uniformemente en el cilindro sólido. La carga es Q . Determinar la densidad de carga volumétrica ρ . (C)

$$\rho = \frac{dQ}{dVol} \Rightarrow dQ = \rho dVol$$



✓ La carga está distribuida uniformemente en el volumen del cilindro sólido

$\rho = \text{constante}$ y $r = a \rightarrow R$

$$\Rightarrow Q = \int dQ = \rho \int_a^R dVol = \rho \int_a^R L 2\pi r dr$$

en el volumen del cilindro sólido

$$Q = \rho L 2\pi \int_a^R r dr = \rho L 2\pi \left. \frac{r^2}{2} \right|_a^R = \rho L (\pi R^2 - \pi a^2)$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{Q}{L(\pi R^2 - \pi a^2)} = \frac{Q}{\text{Volumen del cilindro sólido con hueco}}$$