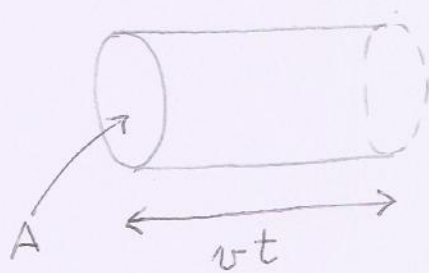
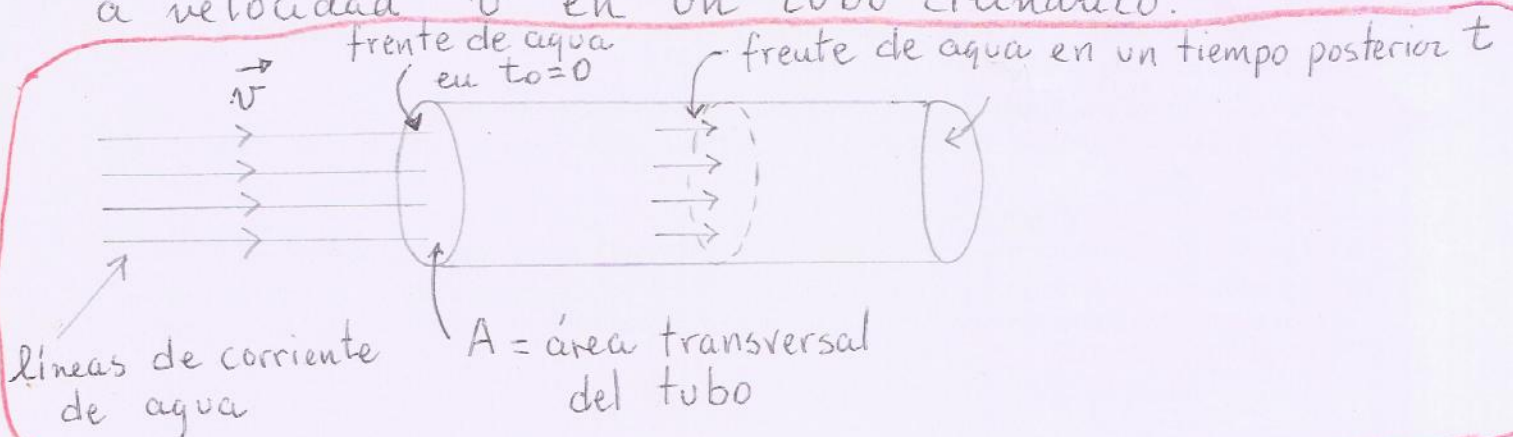


Concepto de Flujo

Supongamos que un líquido como agua se mueve a velocidad $\vec{v}$ en un tubo cilíndrico.



$V = A v t$ = volumen de agua que atraviesa el área A en un tiempo t

$\frac{V}{t}$ = volumen de agua por unidad de tiempo que circula por el tubo

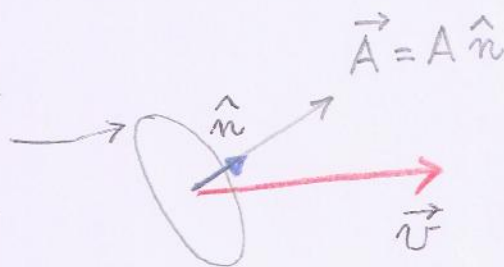
$$= v A$$

$$\left[\frac{V}{t} \right] = \frac{m^3}{s}$$

$\Phi_v = v A$ = flujo del vector velocidad

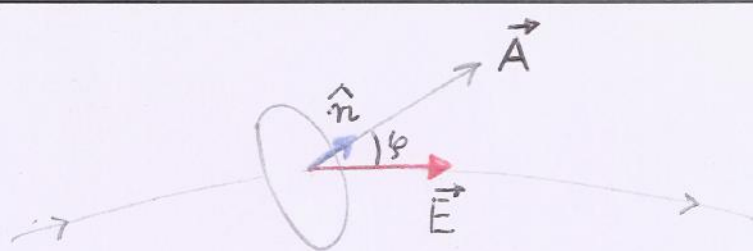
Generalización.

Superficie imaginaria



$\hat{n}$ = vector unitario perpendicular a la superficie (área A)

$$\Phi_v = \vec{v} \cdot \vec{A} \quad (1)$$

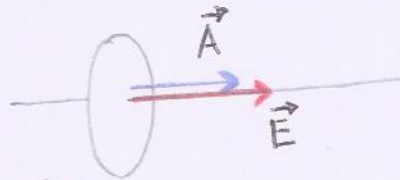


Línea de campo eléctrico (2)

Flujo del campo eléctrico a través de la superficie de área A

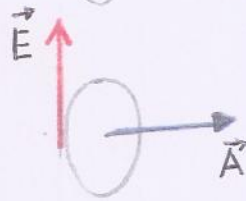
$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A} = |\vec{E}| |\vec{A}| \cos \varphi \quad (2)$$

Flujo máximo :



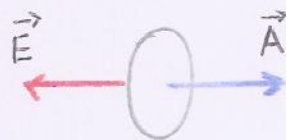
$$\varphi = 0 \quad \Phi_E = EA > 0$$

Flujo nulo :



$$\varphi = 90^\circ \quad \Phi_E = 0$$

Flujo mínimo :

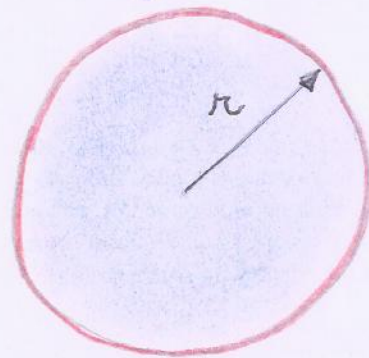


$$\varphi = 180^\circ \quad \Phi_E = -EA < 0$$

Superficie abierta y Superficie cerrada



La superficie oscura de cuatro lados no encierra ningún volumen.



La superficie esférica (perímetro rojo) de radio r encierra el volumen pintado en azul. Esto es una superficie cerrada.

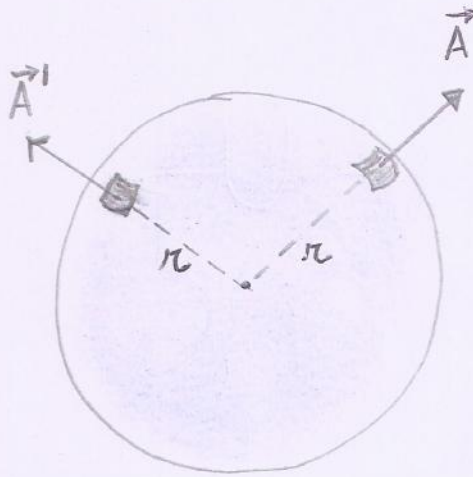
Convención

(3)

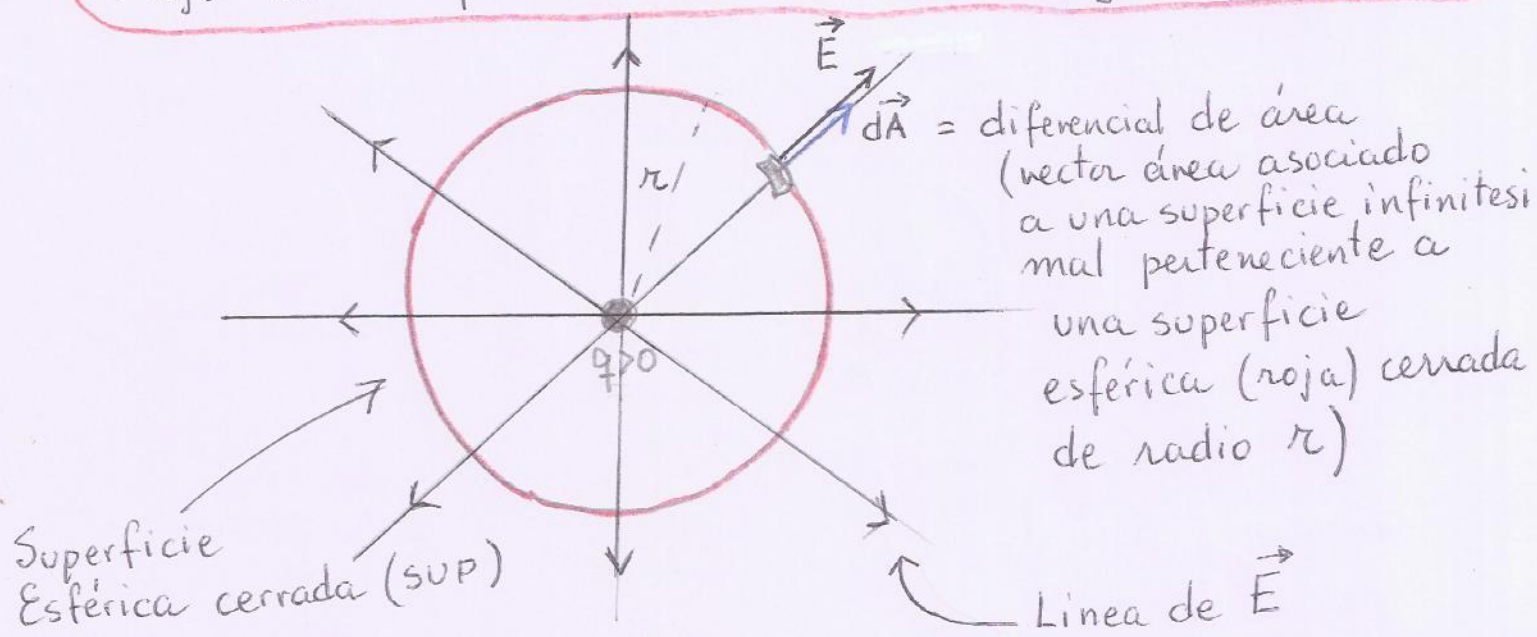
✓ En el caso de una superficie abierta, el vector área puede tener uno de dos sentidos



✓ En el caso de una superficie cerrada, el vector área "apunta hacia afuera del volumen encerrado por la superficie"



Flujo del campo eléctrico de una carga eléctrica puntual



✓ El flujo (infinitesimal) del campo eléctrico que "atraviesa" la superficie infinitesimal correspondiente al vector área infinitesimal $d\vec{A}$ se escribe como:

$$d\Phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad (3)$$

✓ El flujo total que atraviesa la superficie esférica (roja) de radio r es:

$$\Phi_E = \oint_{SUP} d\Phi_E = \oint_{SUP} \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad (4)$$

Integral realizada en la superficie cerrada

$$\vec{E} \parallel d\vec{A} \Rightarrow \vec{E} \cdot d\vec{A} = |\vec{E}| |d\vec{A}| \cos 0^\circ = E dA \quad (5)$$

✓ La magnitud del campo eléctrico $\vec{E}$ en todos los puntos de la superficie esférica cerrada (SUP) es la misma (Simetría esférica).

Debido a esto

$$\Phi_E = \oint_{\text{SUP}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint_{\text{SUP}} E dA = E \oint_{\text{SUP}} dA \quad (6)$$

La magnitud del campo eléctrico E producido por una carga puntual q

$$E = K \frac{q}{r^2} \quad (7)$$

La integral $\oint_{\text{SUP}} dA$ representa el área total de la superficie esférica cerrada de radio r

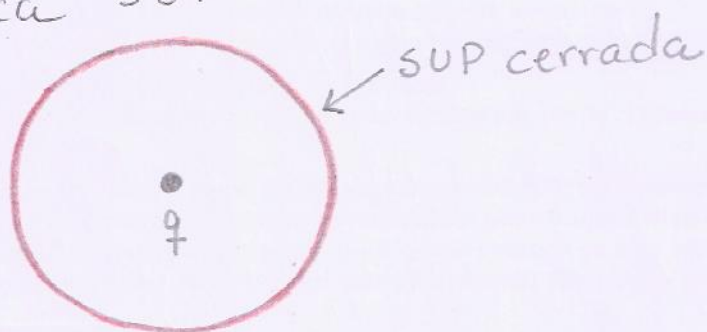
$$\Rightarrow \oint_{\text{SUP}} dA = 4\pi r^2 \quad (8)$$

Usando (6), (7) y (8) :

$$\Phi_E = K \frac{q}{r^2} 4\pi r^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} 4\pi r^2$$

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (9)$$

Hay que darse cuenta que la carga q está localizada en el volumen encerrado por la superficie esférica SUP

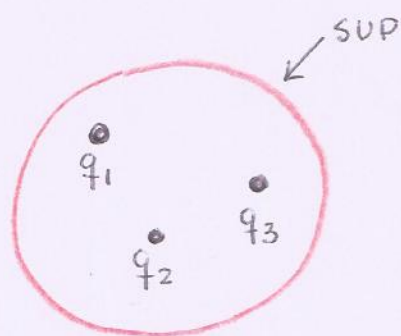


(6)

De acuerdo a la ley de Gauss

$$\Phi_E = \oint_{SUP} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{encerrada}}{\epsilon_0} \quad (10)$$

Ejemplo :



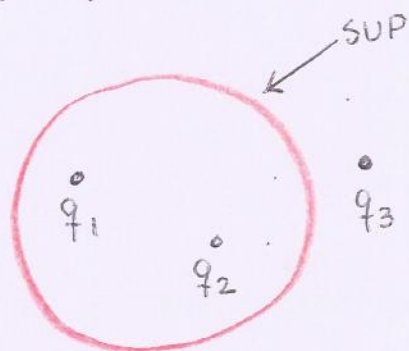
$$\Phi_E = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0} = \frac{q_1 + q_2 + q_3}{\epsilon_0} \quad (11)$$

Q_{enc} = carga neta encerrada por SUP

Nota: ✓ hay que incluir las cargas con sus correspondientes signos.

✓ no importa dónde estén localizadas las cargas. Lo que importa es que se encuentren en la región del espacio encerrada por SUP.

Ejemplo :



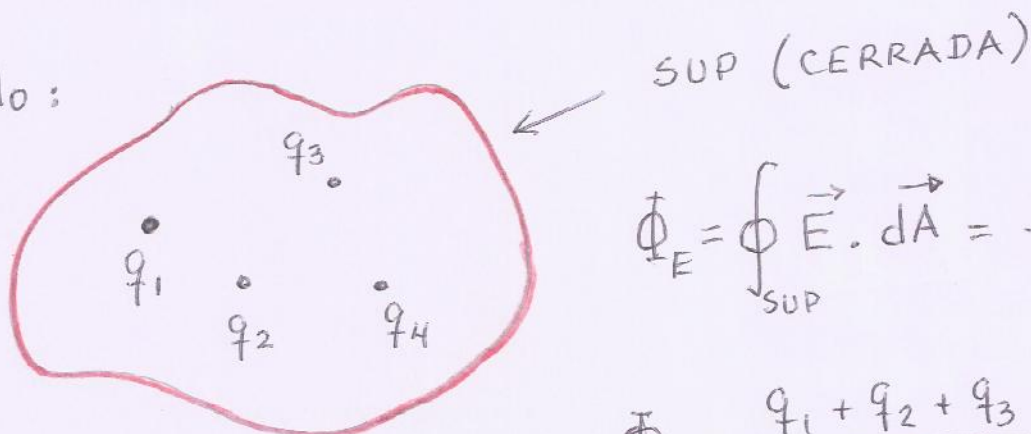
$$\Phi_E = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0} = \frac{q_1 + q_2}{\epsilon_0} \quad (12)$$

↑
Flujo del campo eléctrico que atraviesa la superficie cerrada SUP

✓ La carga q_3 no está incluida en el cálculo porque ella no está en el volumen encerrado por SUP.

La ley de Gauss es válida para cualquier superficie cerrada

Ejemplo:



$$\Phi_E = \oint_{SUP} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0} \quad (13)$$

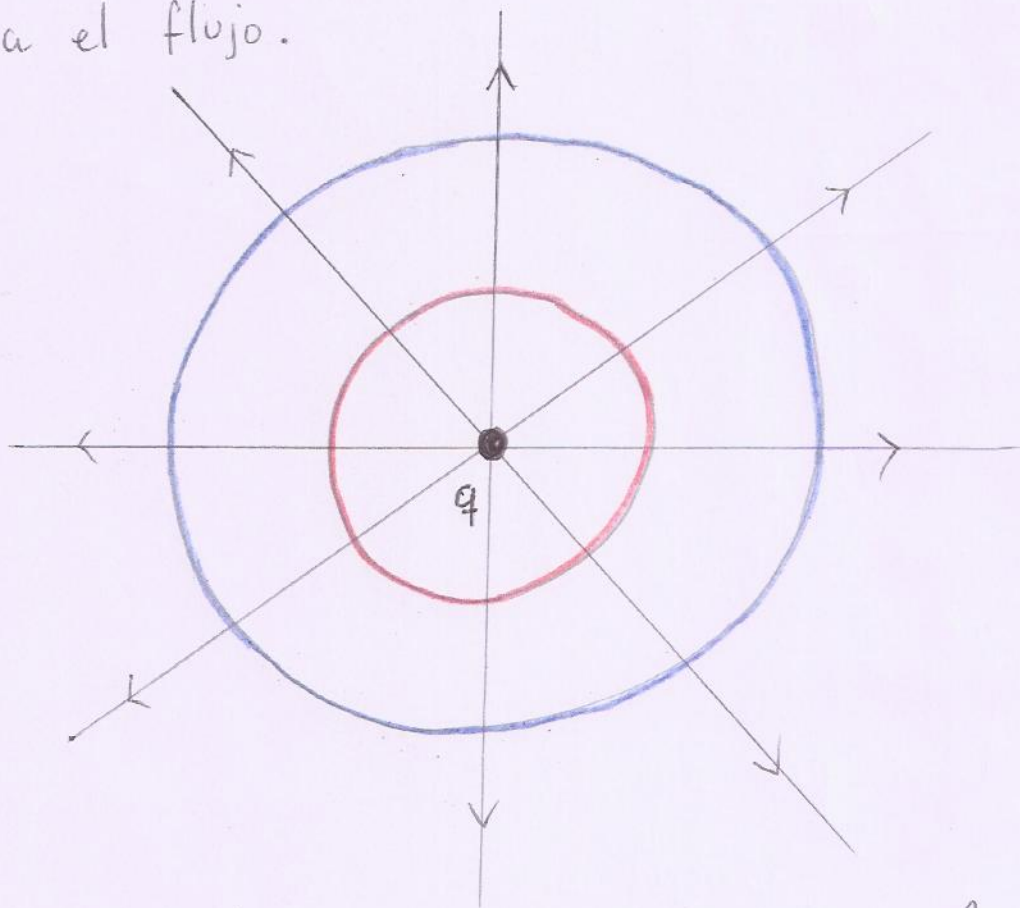
$$\Phi_E = \frac{q_1 + q_2 + q_3 + q_4}{\epsilon_0} \quad (14)$$

✓ En la expresión (13), $\vec{E}$ es el campo eléctrico producido en cada punto de la superficie roja SUP por las cuatro cargas q_1 , q_2 , q_3 y q_4 .

✓ Es obvio que el $\vec{E}$ en esta superficie no es constante y por lo tanto no hay simetría esférica ni de ningún tipo.

✓ Además, la ley de Gauss se aplica para distribuciones de carga continua tanto lineal como superficial y volumétrica.

- ✓ En el caso que vimos^{del flujo} del campo eléctrico producido por una carga puntual q a través de una superficie esférica cuyo centro es la carga, el flujo no depende del radio r de la superficie cerrada a través de la que se calcula el flujo.



- ✓ Como $\Phi_E = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$ (Ley de Gauss) y como la SUP roja y la SUP azul "encierran" la misma carga q , entonces

$$\Phi_E^{\text{SUP ROJA}} = \Phi_E^{\text{SUP AZUL}}$$

$\Rightarrow \Phi_E$ no depende del radio de la superficie cerrada

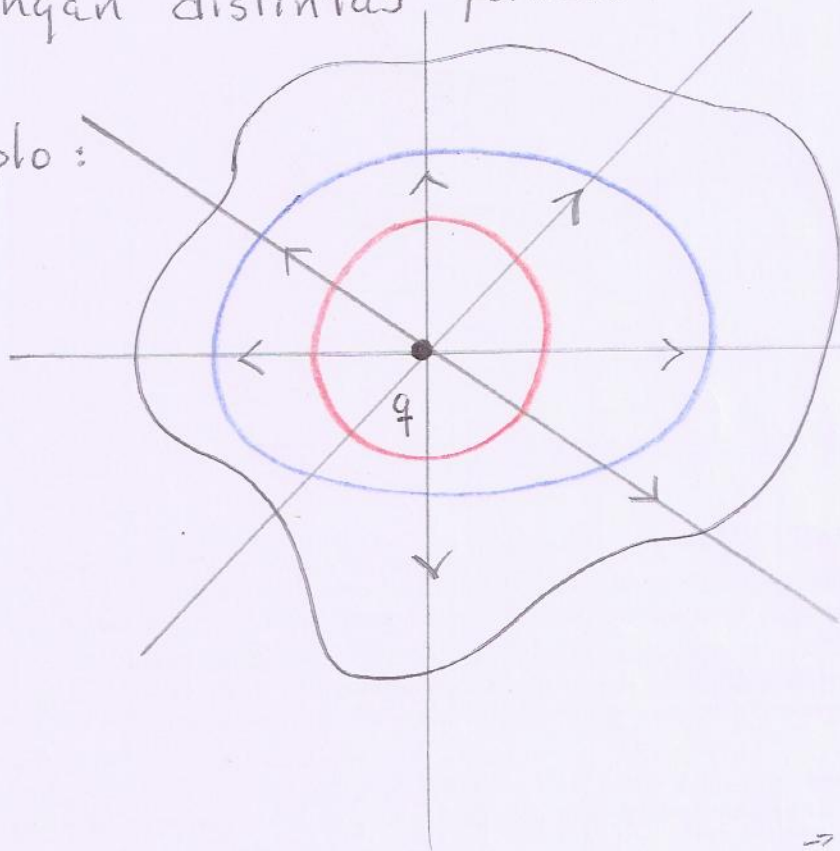
(9)

✓ Esto se explica porque el número de líneas de $\vec{E}$ que atraviesa la SUP roja es igual al número de líneas de $\vec{E}$ que atraviesa la SUP azul.

✓ Mientras mayor es el número de líneas de $\vec{E}$ que atraviesa una superficie, mayor es el flujo eléctrico a través de esa superficie.

✓ De hecho, el argumento esgrimido aquí se extiende a superficies cerradas que tengan distintas formas.

Ejemplo:



✓ $\phi_E = q/\epsilon_0$
es el mismo para las 3 superficies cerradas mostradas en esta figura porque todas estas superficies encierran la misma carga q

✓ El mismo número de líneas de $\vec{E}$ pasa por cada una de las superficies.