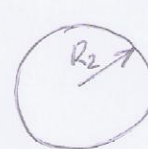


Dos esferas conductoras de radios R_1 y R_2 ($R_1 < R_2$) se someten a un potencial V_1 y V_2 respectivamente. Luego se unen mediante un hilo conductor muy largo. Calcular la carga de cada esfera y el campo eléctrico en la superficie de cada esfera (para fuera de cada esfera)

①

V_1
 $\Rightarrow V_1 = k \frac{Q_1}{R_1} \quad (1)$

$\Rightarrow Q_1 = \frac{V_1 R_1}{k} \quad (3)$

V_2
 $\Rightarrow V_2 = k \frac{Q_2}{R_2} \quad (2)$

$\Rightarrow Q_2 = \frac{V_2 R_2}{k} \quad (4)$

Se unen con un hilo conductor



$V_1' = k \frac{Q_1'}{R_1} \quad (6)$

$V_2' = k \frac{Q_2'}{R_2} \quad (7)$

$V_1' = V_2' = V' \quad (5)$

$(5), (6), (7) \Rightarrow k \frac{Q_1'}{R_1} = k \frac{Q_2'}{R_2} \Rightarrow \frac{Q_1'}{R_1} = \frac{Q_2'}{R_2} \quad (8)$

La carga total se conserva

$\Rightarrow Q_1' + Q_2' = Q_1 + Q_2 \quad (9)$

conocida conocida

(8) y (9) forman un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas Q_1' y Q_2' .

$$(8) \Rightarrow Q_1' = \left(\frac{R_1}{R_2} \right) Q_2' \quad (10)$$

(2)

$$(10) \text{ en } (9) \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} Q_2' + Q_2' = Q_1 + Q_2$$

$$\Rightarrow Q_2' = \frac{Q_1 + Q_2}{\frac{R_1}{R_2} + 1} \quad (11)$$

$$(11) \text{ en } (1) \Rightarrow Q_1' = \frac{R_1}{R_2} \left(\frac{Q_1 + Q_2}{\frac{R_1}{R_2} + 1} \right)$$

$$Q_1' = \frac{Q_1 + Q_2}{1 + \frac{R_2}{R_1}} \quad (12)$$

✓ Como $R_1 < R_2$, de (10) se concluye que $Q_1' < Q_2'$.

El campo eléctrico en la superficie de la esfera 1 está dado por $E_1 = \frac{\sigma_1}{\epsilon_0} \quad (13)$

y en la superficie de la esfera 2 es $E_2 = \frac{\sigma_2}{\epsilon_0} \quad (14)$

Sabemos que $\sigma_1 = \frac{Q_1'}{A_1} = \frac{Q_1'}{4\pi R_1^2} \quad (15)$

$$\sigma_2 = \frac{Q_2'}{A_2} = \frac{Q_2'}{4\pi R_2^2} \quad (16)$$

$$(13) \text{ y } (15) \Rightarrow E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1'}{R_1^2} \quad (17)$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2'}{R_2^2} \quad (18)$$

donde Q_1' y Q_2' están dados por (11) y (12).

¿Cuál campo eléctrico es mayor? ¿ E_1 o E_2 ? (3)

$$(17), (18) \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{Q_1'}{R_1^2}}{\frac{Q_2'}{R_2^2}} = \frac{Q_1'}{Q_2'} \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 \quad (19)$$

$$(10) \Rightarrow \frac{Q_1'}{Q_2'} = \frac{R_1}{R_2} \quad (20)$$

$$(19) \text{ y } (20) \Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{R_1}{R_2} \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 = \frac{R_2}{R_1} \quad (21)$$

Cmo $\frac{E_1}{E_2} = \frac{R_2}{R_1}$ y $R_2 > R_1$

$$\Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{R_2}{R_1} > 1 \Rightarrow E_1 > E_2 \quad (22)$$

El campo eléctrico es más intenso en la superficie de la esfera más pequeña.

La descarga corona (ver Sears-Zemansky, pag. 886-887)

se observa mayormente en las zonas puntiagudas de los conductores (zonas de menor radio de curvatura). Esto explica el pararrayos.