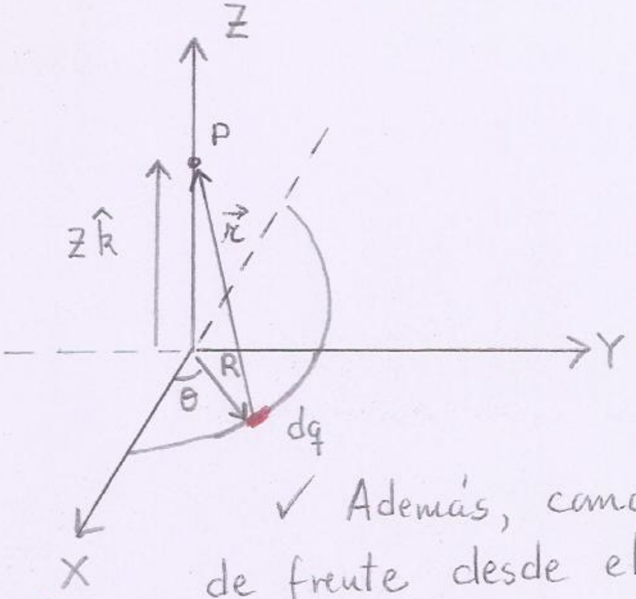
Ⓐ



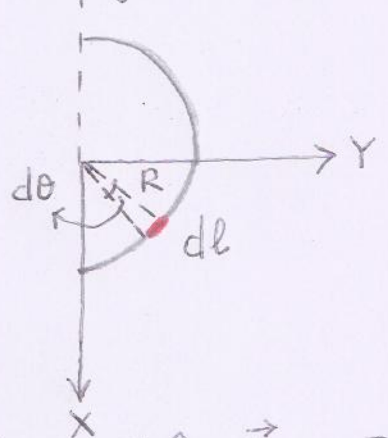
✓ El campo eléctrico que produce dq en el punto P es

$$d\vec{E} = K\,\frac{dq}{r^2}\,\hat{r} \quad (1),$$

donde

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r} \quad (2).$$

✓ Además, como $\lambda = dq/dl$. El semi-aro visto de frente desde el eje Z luce así:



De la figura

$$dl = R\,d\theta \quad (3)$$

$$dq = \lambda R\,d\theta \quad (3)'$$

✓ De la figura, $R\cos\theta\,\hat{i} + R\,\mathrm{Sen}\,\theta\,\hat{j} + \vec{r} = z\hat{k}$ (4)

$$\Rightarrow \vec{r} = -(R\cos\theta\,\hat{i} + R\,\mathrm{Sen}\,\theta\,\hat{j}) + z\hat{k} \quad (5)$$

$$r = \sqrt{(-R\cos\theta)^2 + (-R\,\mathrm{Sen}\,\theta)^2 + z^2} = \sqrt{R^2 + z^2} \quad (6)$$

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int K\,\frac{dq}{r^2}\,\hat{r} = \int K\,\frac{\lambda R\,d\theta}{r^2}\,\frac{\vec{r}}{r} = K\lambda R \int \frac{\vec{r}}{r^3}\,d\theta \quad (7)$$

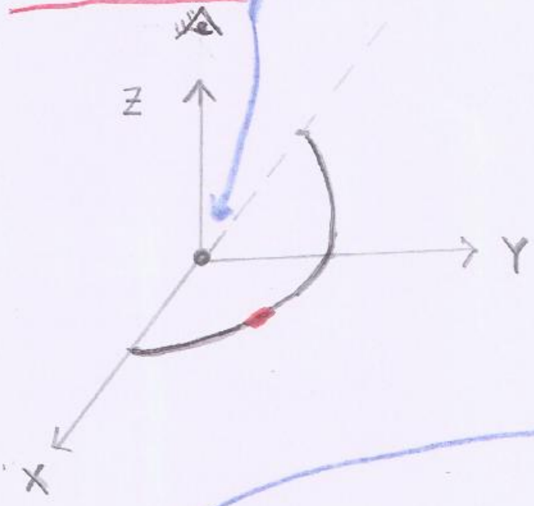
$$\vec{E} = K\lambda R \int \frac{(-R\cos\theta\,\hat{i} - R\,\mathrm{Sen}\,\theta\,\hat{j} + z\hat{k})\,d\theta}{(R^2+z^2)^{3/2}} = \frac{K\lambda R}{(R^2+z^2)^{3/2}}\left(-R\int_0^{\pi}\cos\theta\,d\theta\,\hat{i} - R\int_0^{\pi}\mathrm{Sen}\,\theta\,d\theta\,\hat{j} + z\int_0^{\pi}d\theta\,\hat{k}\right.$$

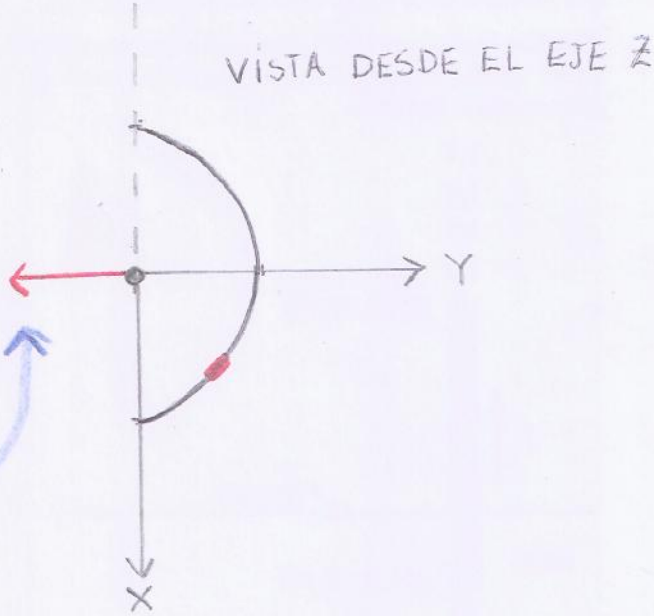
B

$$\vec{E} = \frac{K \lambda R}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \left(-R \,\text{Sen}\,\theta \Big|_0^{\pi} \hat{\imath} - R(-\text{Cos}\,\theta)\Big|_0^{\pi} \hat{\jmath} + z\,\theta \Big|_0^{\pi} \hat{k} \right)$$

$$\vec{E} = \frac{K \lambda R}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \left(-2R\,\hat{\jmath} + \pi z\,\hat{k} \right)$$

Para $z = 0$





$$\vec{E}(z=0) = -\frac{2K\lambda}{R}\,\hat{\jmath}$$

Comentario: ✓ Si λ dependiera de θ, λ no salir de la integral mostrada en la ecuac. (7).

✓ El campo eléctrico $\vec{E}(z=0)$ no tiene componente a lo largo del eje z por razones de simetría.