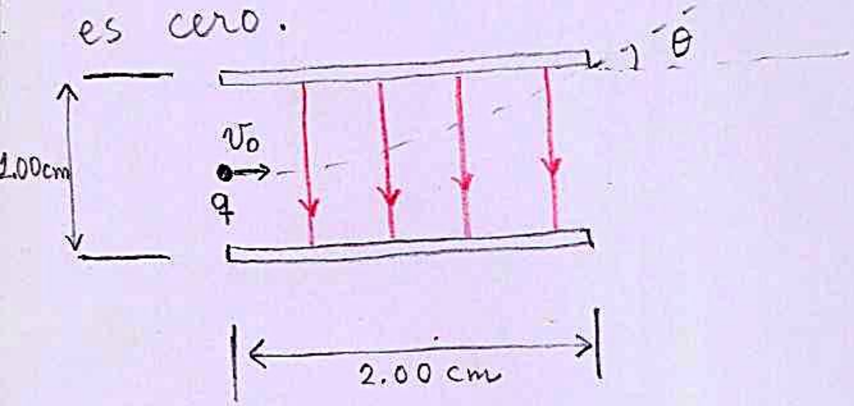
Ejercicio 21.23 (Sears - Zemansky, Vol 2, Edic. 11) (Clase 2)

Se colocan cuatro cargas idénticas q en los vértices de un cuadrado de lado L. a) En un diagrama de cuerpo libre, muestre todas las fuerzas que actúan sobre una de las cargas. b) Halle la magnitud y dirección de la fuerza total que ejercen sobre una carga las otras tres c) Escriba la fuerza total en función de los vectores unitarios.

(Clases 3 y 4)

Ejercicio 21.31 Se proyecta un electrón con rapidez inicial $v_0 = 1.60 \times 10^6$ m/s hacia el interior de un campo eléctrico uniforme entre las placas paralelas de la figura 21.33. Suponga que el campo entre las placas es uniforme y su dirección es vertical descendente y que el campo fuera de las placas es cero.

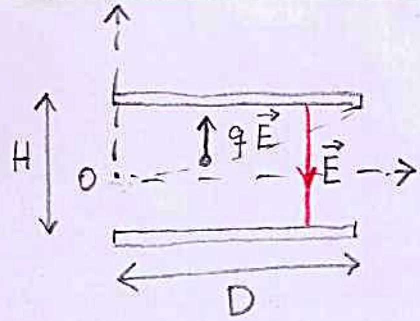


El electrón entra en el campo en un punto equidistante de las dos placas. a) Si el electrón pasa rozando la placa superior al salir del campo, halle la magnitud del campo.

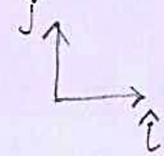
b) Encuentre el ángulo θ c) Diga cual es la trayectoria que sigue la partícula fuera del espacio entre las placas. No considere efectos gravitatorios.

$$\vec{F} = m\vec{a} \qquad (1)$$

$$\vec{F} = q\vec{E} \qquad (2)$$



$q<0$



(2)

$H = 1.00\ cm = 1.00\times10^{-2}\ m$

$D = 2.00\ cm = 2.00\times10^{-2}\ m$

$\vec{E}$ uniforme $\Rightarrow$ $\vec{E}$ = constante

$$m\vec{a} = q\vec{E} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m} \qquad (3)$$

$\vec{a}$ = constante $\Rightarrow$ M.R.U.V $\qquad \vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow d\vec{v} = \vec{a}\,dt$

$$\int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}} d\vec{v}' = \int_{t_0=0}^{t} \vec{a}\,dt' \Rightarrow \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}\,t$$

$$v_x = v_{0x} + a_x t \qquad (4)$$

$$v_y = v_{0y} + a_y t \qquad (5)$$

$$v_z = v_{0z} + a_z t \qquad (6)$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow d\vec{r} = \vec{v}\,dt \Rightarrow \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r}' = \int_{t_0=0}^{t} \vec{v}\,dt'$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}\,t^2$$

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2 \qquad (7)$$

$$y = y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2 \qquad (8)$$

$$z = z_0 + v_{0z} t + \frac{1}{2} a_z t^2 \qquad (9)$$

además :

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x(x - x_0) \qquad (10)$$

$$v_y^2 = v_{0y}^2 + 2a_y(y - y_0) \qquad (11)$$

$$v_z^2 = v_{0z}^2 + 2a_z(z - z_0) \qquad (12)$$

Movimiento en el plano XY

a) $(x_0, y_0) = (0, 0) \qquad (x, y) = (D, \frac{H}{2})$

$$\vec{E} = |E|(-\hat{j}) \qquad \vec{a} = \frac{-|q|\vec{E}}{m} = -\frac{|q|}{m}|E|(-\hat{j}) = \underbrace{\frac{|q||E|}{m}}_{a_y>0}\hat{j}$$

$a_x = 0$

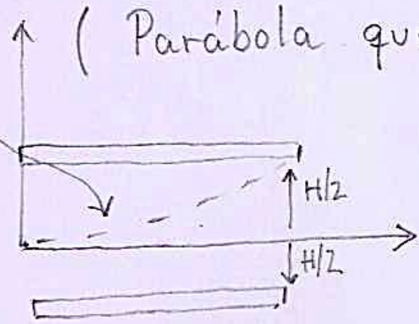
$$(7) \Rightarrow x = v_0 t \qquad (10)$$

$$(8) \Rightarrow y = \frac{1}{2}\frac{|q||E|}{m}t^2 \qquad (11)$$

$$(10) \Rightarrow t = \frac{x}{v_0} \quad (12)$$

$$(11) \text{ y } (12) \Rightarrow y = \frac{1}{2}\frac{|q||E|}{m}\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}\frac{|q||E|}{m v_0^2} x^2$$

$y = c x^2$ (Parábola que pasa por el origen)



$$x = D \; ; \; y = H/2 \Rightarrow \frac{H}{2} = \frac{1}{2}\frac{|q||E|}{m v_0^2} D^2$$

$$\Rightarrow |E| = \frac{m v_0^2 H}{|q| D^2}$$

$m = 9.11 \times 10^{-31}$ kg

$|q| = 1.6 \times 10^{-19}$ C

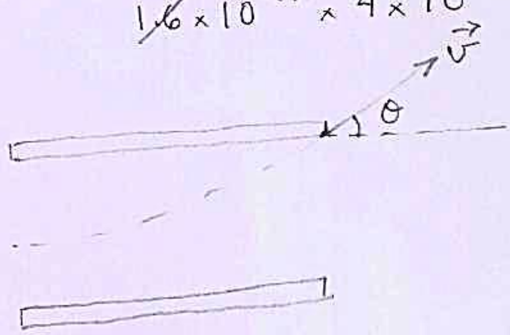
$v_0 = 1.60 \times 10^{6}$ m/s

$H = 1.00 \times 10^{-2}$ m

$D = 2.00 \times 10^{-2}$ m

$$|E| = \frac{9.11 \times 10^{-31} (1.6)^{\cancel{2}}\, 10^{12}\, 10^{-2}}{\cancel{1.6} \times 10^{-19} \times 4 \times 10^{-4}} = \frac{9.11 \times 1.6}{4} 10^2 \frac{N}{C} = 3.64 \times 10^2 \frac{N}{C}$$

b)



$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$$

$$v_y = v_{oy} + a_y t$$
$$v_x = v_{ox} + a_x t$$

$$\left.\begin{array}{l} v_y = \dfrac{|q||E|}{m} t \\ v_x = v_0 \end{array}\right\} \Rightarrow \tan\theta = \frac{|q||E|\, t}{m v_0} = \frac{|q||E|}{m v_0}\frac{D}{v_0}$$

$$(12) \quad t = \frac{x}{v_0} = \frac{D}{v_0}$$

$$\tan\theta = \frac{\cancel{1.6} \times 10^{-19} \times 3.64 \times 10^2 \times 2.00 \times 10^{-2}}{9.11 \times 10^{-31} \times (1.6)^{\cancel{2}} \times 10^{12}} = \frac{3.64 \times 2.00}{9.11 \times 1.6} = 0.49945$$

$$\theta = 26.5^\circ$$

La $\tan\theta$ puede ser obtenida a partir de la derivada de la curva en el punto

$$(x, y) = (D, H/2)$$

$$y = \frac{1}{2}\frac{|q||E|}{m v_0^2}x^2$$

$$\tan\theta = \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=D} = \left.\frac{q|E|}{m v_0^2}x\right|_{x=D} = \frac{q|E|D}{m v_0^2}$$

c) La trayectoria fuera del espacio entre las placas es una línea recta porque no hay fuerza actuando sobre la partícula.