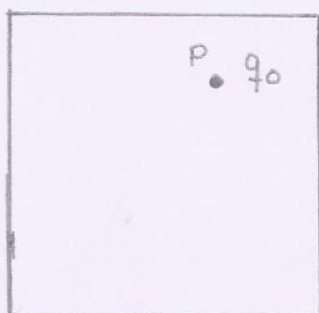


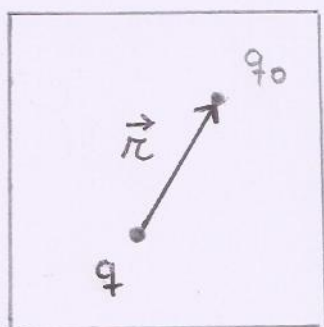
Campo Eléctrico

①



Se coloca una carga de prueba q_0 en el punto P. ($q_0 \rightarrow 0$)

$$\vec{F}_{q_0} = 0$$



Se añade una carga q y se dibuja el vector $\vec{r}$.

$|\vec{r}| = r = \text{distancia de } q \text{ a } q_0$

$\vec{r} = \vec{r}_{qq_0} = \text{vector posición de } q_0 \text{ con respecto a } q$

Definición : $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$ = vector unitario en la dirección de $\vec{r}$

Campo Eléctrico que produce q en el sitio donde está q_0

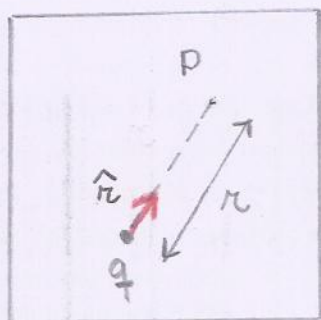
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{q_0}}{q_0} = \frac{\text{Fuerza sobre } q_0}{q_0}$$

$$\vec{F}_{q_0} = \vec{F}_{q,q_0} = K \frac{q q_0}{r_{qq_0}^2} \hat{r}_{qq_0}$$

$$\hat{r}_{qq_0} = \frac{\vec{r}_{qq_0}}{r_{qq_0}} = \frac{\vec{r}}{r}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = K \frac{q}{r_{qq_0}^2} \hat{r}_{qq_0} = K \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

↖ Campo eléctrico producido por la carga q en el punto P



Unidades de $\vec{E}$: $[E] = \frac{[F_{q_0}]}{[q_0]} = \frac{N}{C}$

Ejemplo : $|\vec{E}| = 10 \frac{N}{C}$ quiere decir que cada coulombio de carga que se coloca en el punto P experimenta una fuerza de magnitud igual a 10 N.

Si se coloca una carga Q en P

$$\vec{F}_Q = Q \vec{E}$$

Ejemplo: Si la única fuerza que actúa sobre una partícula que tiene masa M y carga Q es la que se debe a un campo eléctrico $\vec{E}$, entonces

$$\vec{F}_Q = Q \vec{E} = M \vec{a} \quad (\text{Segunda ley de Newton})$$

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{Q \vec{E}}{M}$$

Teniendo la aceleración $\vec{a}$, se puede encontrar la velocidad $\vec{v}$ de la partícula pues

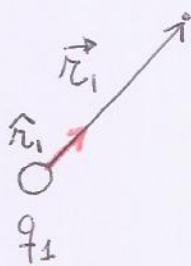
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \Rightarrow \vec{v} - \vec{v}_0 = \int_{t_0}^t \vec{a} dt'$$

Teniendo la velocidad $\vec{v}$, se puede encontrar el vector posición $\vec{r}$ de la partícula ya que

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow \vec{r} - \vec{r}_0 = \int_{t_0}^t \vec{v} dt'$$

Campo eléctrico producido por una carga (puntual) q_1

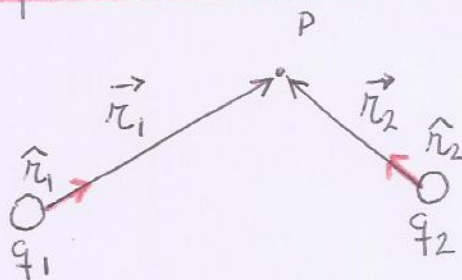
(3)



$$\vec{E}_1 = k \frac{q_1}{r_1^2} \hat{r}_1$$

$$\hat{r}_1 = \frac{\vec{r}_1}{r_1}$$

Campo eléctrico producido por dos cargas (puntuales) q_1 y q_2



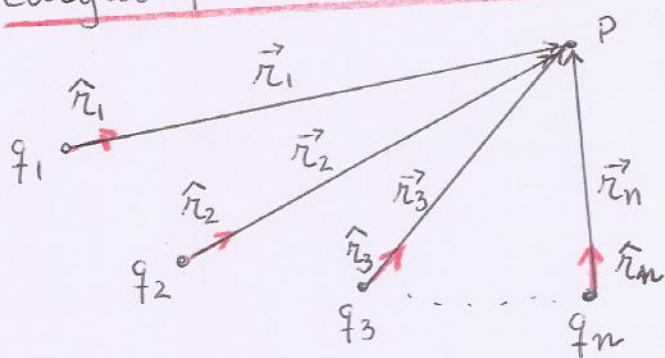
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \text{ (Superposición)}$$

$$\vec{E} = k \frac{q_1}{r_1^2} \hat{r}_1 + k \frac{q_2}{r_2^2} \hat{r}_2$$

$$\hat{r}_1 = \frac{\vec{r}_1}{r_1} ; \hat{r}_2 = \frac{\vec{r}_2}{r_2}$$

Campo eléctrico producido por n cargas puntuales $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$

} Distribución discreta de cargas



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_n$$

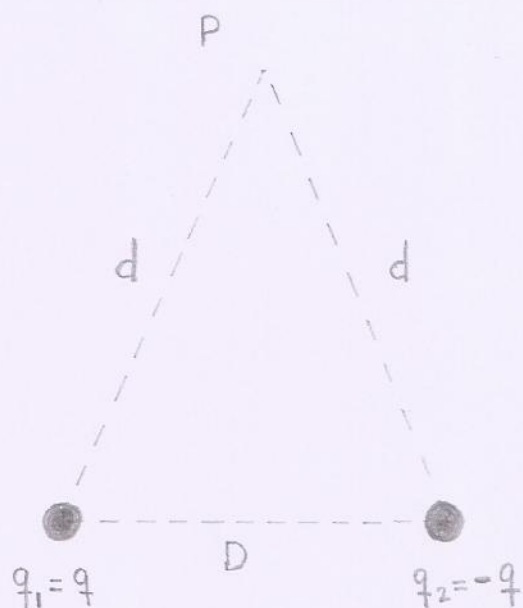
$$\vec{E} = k \frac{q_1}{r_1^2} \hat{r}_1 + k \frac{q_2}{r_2^2} \hat{r}_2 + k \frac{q_3}{r_3^2} \hat{r}_3 + \dots$$

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n k \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

Recordatorio : Si se coloca una carga Q en el punto P , la fuerza eléctrica que "siente" esa carga es

$$\vec{F}_Q = Q \vec{E}$$

Campo eléctrico producido por un Dipolo Eléctrico



Supongamos que $q > 0$

$$q = 12 \text{ nC} = 12 \times 10^{-9} \text{ C}$$

$$d = 13.0 \text{ cm} ; D = 10 \text{ cm}$$

$$|\vec{r}_1| = r_1 = 13.0 \text{ cm}$$

$$|\vec{r}_2| = r_2 = 13.0 \text{ cm}$$

$$K = 9 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\vec{E}_1 = K \frac{q_1}{r_1^2} \hat{r}_1 ; \vec{E}_2 = K \frac{q_2}{r_2^2} \hat{r}_2$$

Hay dos formas de hacer este problema

Primera forma

$$\hat{r}_1 = \frac{\vec{r}_1}{r_1}$$

$$\hat{r}_2 = \frac{\vec{r}_2}{r_2}$$

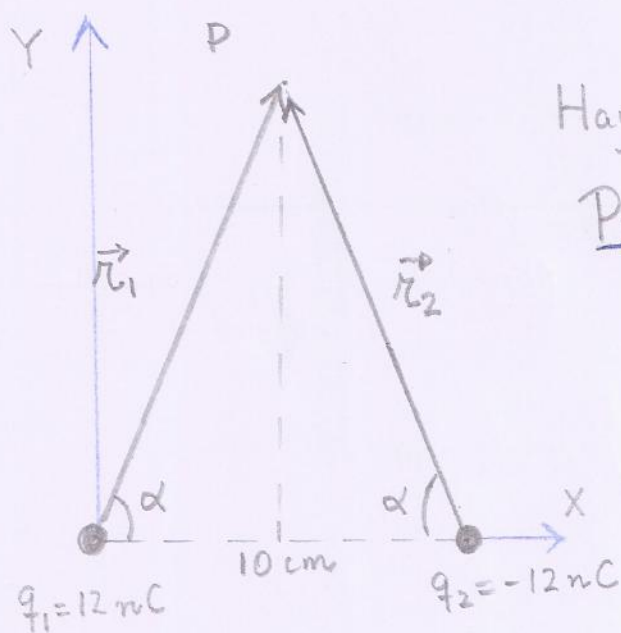
$$\vec{r}_1 = r_1 \cos \alpha \hat{i} + r_1 \sin \alpha \hat{j}$$

$$\vec{r}_1 = 13.0 \frac{5}{13} \hat{i} + 13.0 \frac{\sqrt{13.0^2 - 5.0^2}}{13} \hat{j}$$

$$\Rightarrow \hat{r}_1 = \frac{\vec{r}_1}{r_1} = \frac{5}{13} \hat{i} + \frac{\sqrt{(13.0)^2 - (5.0)^2}}{13} \hat{j} = \cos \alpha \hat{i} + \sin \alpha \hat{j}$$

$$\vec{r}_2 = -r_2 \cos \alpha \hat{i} + r_2 \sin \alpha \hat{j}$$

$$\hat{r}_2 = \frac{\vec{r}_2}{r_2} = -\cos \alpha \hat{i} + \sin \alpha \hat{j}$$



$$\vec{E}_1 = K \frac{q_1}{r_1^2} \hat{r}_1 = K \frac{q_1}{r_1^2} (\cos\alpha \hat{i} + \sin\alpha \hat{j})$$

$$\vec{E}_2 = K \frac{q_2}{r_2^2} \hat{r}_2 = K \frac{q_2}{r_2^2} (-\cos\alpha \hat{i} + \sin\alpha \hat{j})$$

Pero $q_1 = q$ $r_1 = r_2 = d = 13.0 \text{ cm}$
 $q_2 = -q$
 $q = 12 \text{ nC}$

$$\vec{E}_1 = K \frac{q}{d^2} (\cos\alpha \hat{i} + \sin\alpha \hat{j})$$

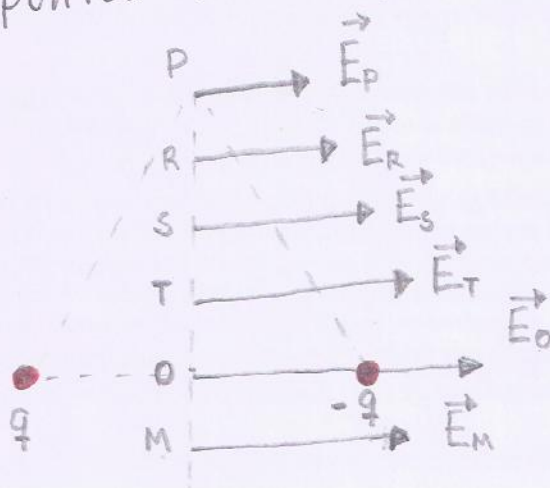
$$\vec{E}_2 = K \frac{(-q)}{d^2} (-\cos\alpha \hat{i} + \sin\alpha \hat{j})$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 2 \left(\frac{Kq}{d^2} \right) \cos\alpha \hat{i} \quad \left(\begin{array}{l} \text{Las componentes verticales} \\ \text{de los campos } \vec{E}_1 \text{ y } \vec{E}_2 \\ \text{se anulan} \end{array} \right) *$$

$$\vec{E} = 2 \left(9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \times \frac{12 \times 10^{-9} \text{ C}}{(13.0 \times 10^{-2} \text{ m})^2} \right) \frac{5}{13} \hat{i} = \frac{2 \times 9 \times 12}{13^2} 10^4 \frac{5}{13} \frac{\text{N}}{\text{C}} \hat{i}$$

$$\vec{E} = 4.9 \times 10^3 \hat{i} \text{ (N/C)}$$

*¿En qué otros puntos se cumple esto?

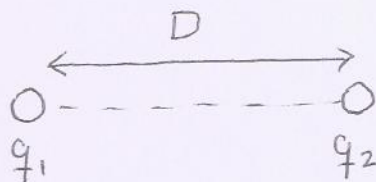


¿Por qué los tamaños de las flechas son diferentes

✓ Leer y hacer el Ejemplo 21.9, pag. 813, Sears-Zemansky, edición 11.

(6)

✓ Otro problema:



$q_1 = q > 0$ $q_2 = 2q$ ¿En que punto $\vec{E} = 0$?

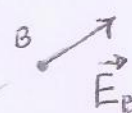
Lineas del campo eléctrico de una carga puntual positiva

$$\vec{E} = K \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

✓ Todos los pto. localizados a un mismo r , experimentan el mismo E (magnitud de $\vec{E}$).

✓ Esos puntos constituyen una superficie esférica imaginaria de radio r .

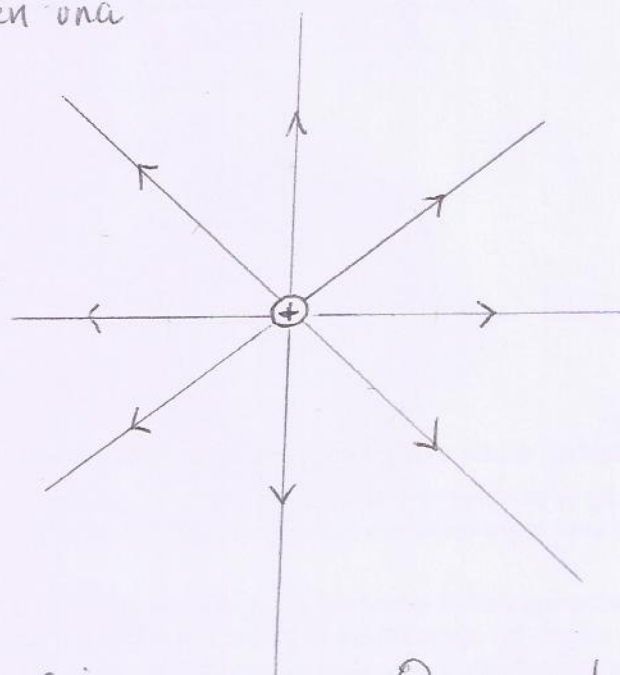
✓ E disminuye "con el cuadrado de la distancia"
($E \propto \frac{1}{r^2}$)



$$\vec{E}_A = K \frac{q}{r_A^2} \hat{r}$$

$$\vec{E}_B = K \frac{q}{r_B^2} \hat{r}$$

$$\Rightarrow |\vec{E}_B| < |\vec{E}_A|$$



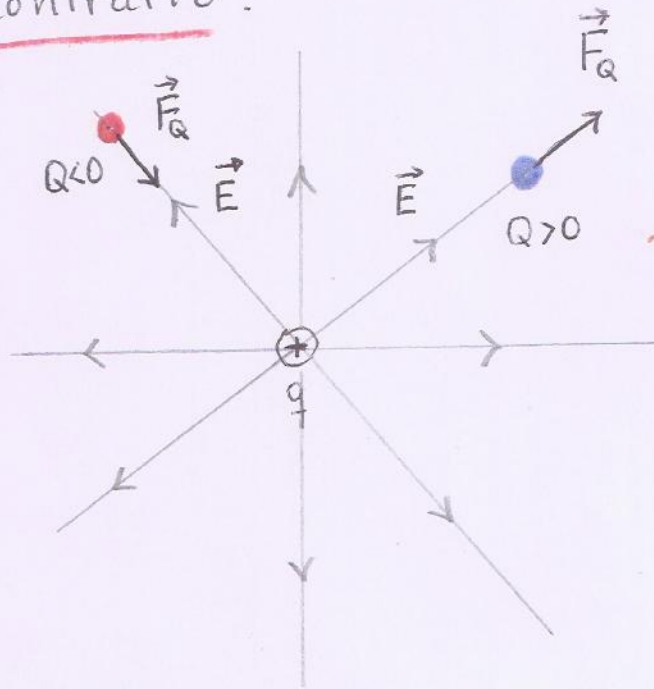
✓ Las líneas de $\vec{E}$ de una carga positiva "salen" de la carga

✓ La carga se denomina carga fuente.

Recordatorio: Si una carga Q se coloca en algún punto del espacio, la fuerza eléctrica sobre Q es $\vec{F}_a = Q\vec{E}$.

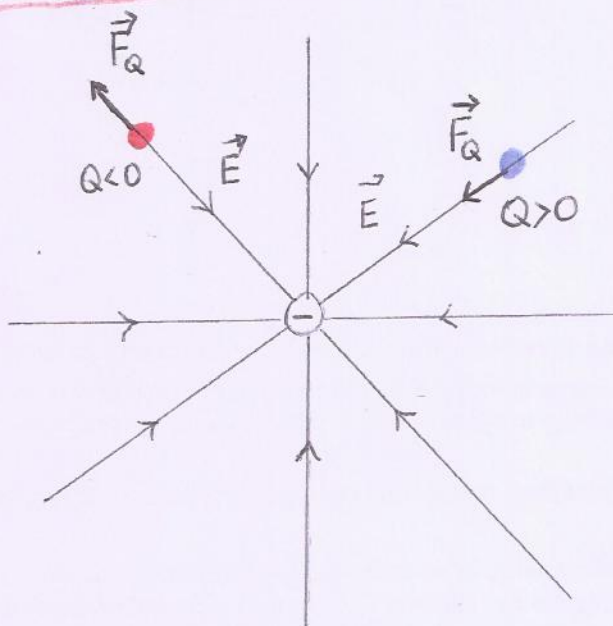
✓ Si $Q > 0$ (positiva) entonces $\vec{F}_Q$ es un vector (7)
que tiene la misma dirección y sentido que $\vec{E}$.

✓ Si $Q < 0$ (negativa) entonces $\vec{F}_Q$ es un vector
que tiene la misma dirección que $\vec{E}$ pero
sentido contrario.



Comentario:
 $\vec{E}$ es mayor
en la región
donde las líneas
de $\vec{E}$ están más
cercanas

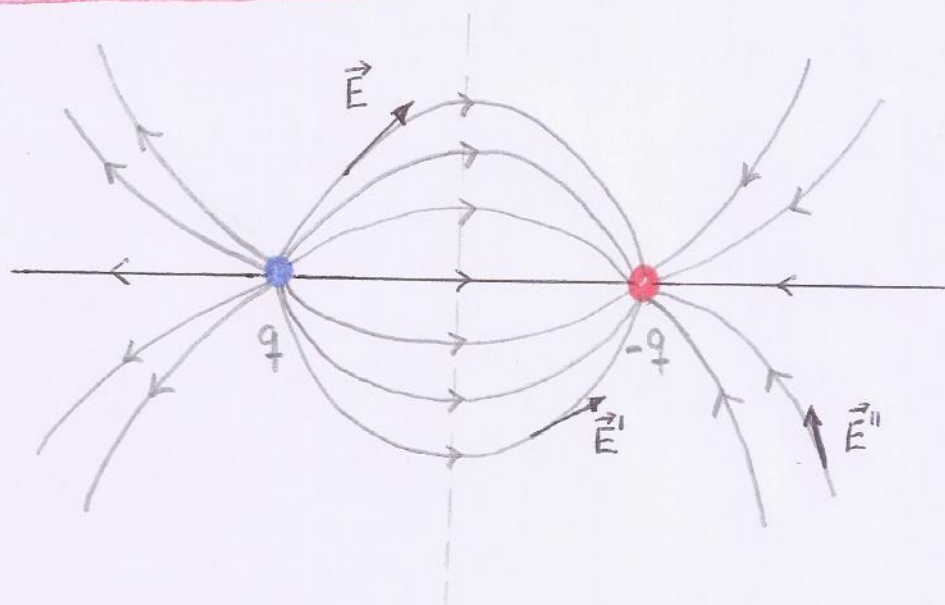
Lineas del campo eléctrico de una carga puntual negativa



- ✓ Las líneas de $\vec{E}$ de una carga negativa "entran" a la carga
- ✓ La carga negativa se denomina carga sumidero.

Líneas del campo eléctrico de un Dipolo Eléctrico

⑧

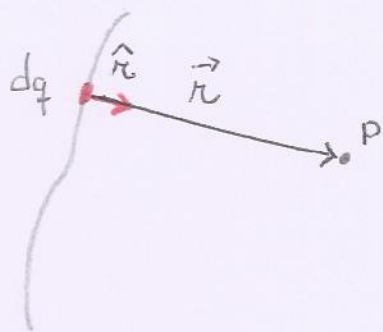


$\vec{E}$ en cada punto del espacio es tangente a la línea de campo

✓ Ver Figs. 21.26 y 21.27, pag. 819, Sears-Zemansky, Ed. II

Campo Eléctrico de una distribución continua de carga

Distribución lineal



✓ Supongamos que en una longitud infinitesimal dl existe una carga infinitesimal dq

✓ Definición: La densidad lineal de carga λ se define como

$$\lambda = \frac{dq}{dl} \quad [\lambda] = \frac{C}{m}$$

✓ De acuerdo a la figura, el campo eléctrico infinitesimal $d\vec{E}$ producido por la carga dq en el punto P es

$$d\vec{E}_P = K \frac{dq}{r^2} \hat{r} \quad ; \quad \hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$$

✓ Para encontrar el campo eléctrico total en el punto P hay que sumar (integrar) todos los campos eléctricos producidos en el pto. P por todos los diferenciales de carga que constituyen la distribución lineal de carga.

$$\vec{E}_P = \int d\vec{E}_P = \int K \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

donde la integral se hace a lo largo de la trayectoria lineal donde existe carga eléctrica

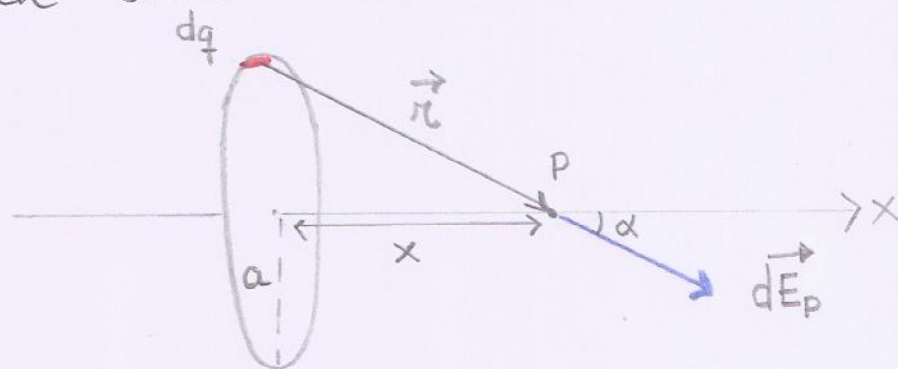
y

$$dq = \lambda dl$$

λ puede ser constante o variable a lo largo de la trayectoria lineal donde existe carga.

✓ En la clase grabada 4 se resuelve el problema del campo eléctrico producido por un aro de radio a cargado uniformemente ($\lambda = \text{constante}$) en un punto localizado a lo largo del eje de simetría del aro.

(10)



Se supone que la carga es positiva ($\lambda = \text{const. y positiva}$)

$$\lambda = \frac{dq}{dl}$$

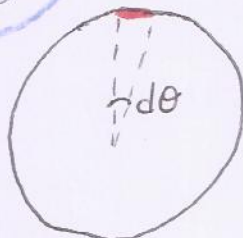
✓ Usando argumentos de simetría se llega a la conclusión de que el campo eléctrico resultante en el punto P no tiene componente vertical y que la componente horizontal de $d\vec{E}_p$ es

$$dE_x = |d\vec{E}_p| \cos \alpha = K \frac{dq}{(a^2 + x^2)} \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

$$E_x = \int_{\text{a lo largo del aro}} dE_x = \frac{Kx}{(a^2 + x^2)^{3/2}} \int dq = \frac{KxQ}{(a^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = E_x \hat{i}$$

Pero $dq = \lambda dl$

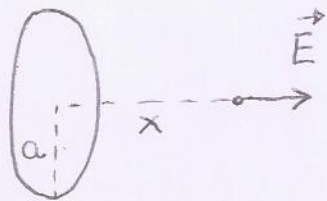


$$dl = R d\theta$$

$$\Rightarrow dq = \lambda R d\theta \Rightarrow \int dq = \int \lambda R d\theta = \lambda R \int_0^{2\pi} d\theta = \lambda 2\pi R = Q$$

Perímetro
↓
carga total del aro

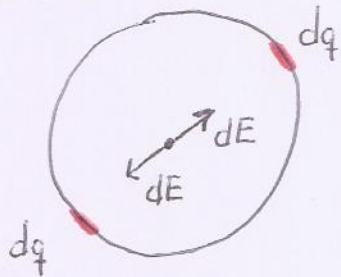
$$\checkmark \quad \vec{E} = K \frac{x Q}{(a^2 + x^2)^{3/2}} \hat{i}$$



(11)

a) En el centro del aro $x=0 \Rightarrow \vec{E}=0$

Aro visto
de frente



Este resultado puede entenderse por la simetría del problema (Ver clase grabada 4)

b) Cuando $x \gg a$ (ver clase grabada 4)

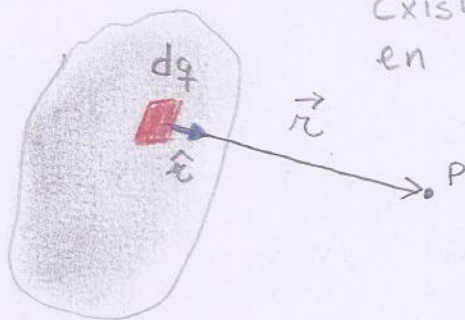
$$\vec{E} = K \frac{Q}{x^2} \hat{i}$$

Este resultado es el mismo del campo eléctrico producido por una carga puntual

Distribución superficial de carga eléctrica

(12)

Existe una carga infinitesimal dq en un área infinitesimal dA



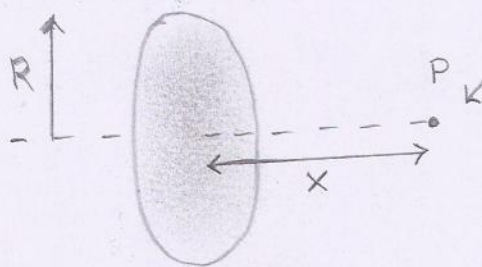
$$\vec{E}_P = \int K \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

Integral se realiza en la superficie donde existe carga eléctrica

Definición: $\sigma = \text{densidad superficial de carga} = \frac{dq}{dA}$; Unidades: $[\sigma] = \frac{C}{m^2}$

$$\Rightarrow dq = \sigma dA$$

Campo Eléctrico de un disco de radio R cargado uniformemente ($\sigma = \text{constante}$)

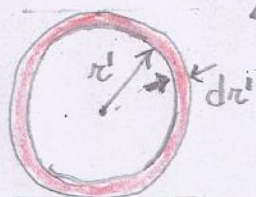


¿Cuál es el campo eléctrico en el punto P? $\vec{E}_P$?

$$dq = \sigma dA ; dA ?$$

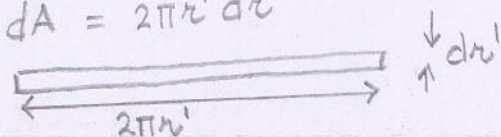
Se puede pensar a un disco cargado como un conjunto de aros con radios con valores desde $r'=0$ hasta $r'=R$.

DISCO VISTO DE FRENTE



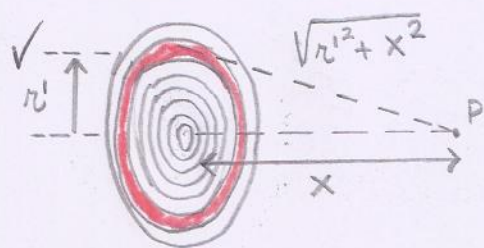
Este aro tiene radio r' y grosor dr' .

$$\text{El área de este aro es } dA = 2\pi r' dr'$$



✓ La carga contenida en el aro rojo es

$$dq = \sigma dA = \sigma 2\pi r' dr'$$



✓ El campo eléctrico que produce el aro rojo es

$$d\vec{E} = K \frac{x dq}{(x^2 + r'^2)^{3/2}} \hat{i}$$

✓ La expresión anterior proviene del problema anterior correspondiente al campo eléctrico producido por un aro de radio a y carga Q

$$\vec{E}_{\text{Aro}} = K \frac{x Q}{(a^2 + x^2)^{3/2}} \hat{i}$$

✓ El campo eléctrico producido por el disco en el punto P es igual a la suma de los campos eléctricos producidos por todos los aros que constituyen el disco

$$\vec{E}_{\text{disco}} = \int d\vec{E} = \int_0^R K \frac{x \sigma 2\pi r' dr'}{(x^2 + r'^2)^{3/2}} \hat{i} = 2\pi K x \sigma \int_0^R \frac{r' dr'}{(x^2 + r'^2)^{3/2}} \hat{i}$$

Integral realizada en la superficie del disco

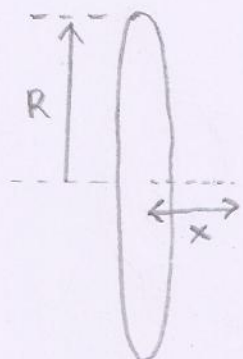
$$\int_0^R \frac{r' dr'}{(x^2 + r'^2)^{3/2}} = - \frac{1}{\sqrt{x^2 + r'^2}} \Big|_0^R ; K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$\epsilon_0 = \text{perm.}$

$$\vec{E}_{\text{disco}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right) \hat{i}$$

Disco Infinito ($x \ll R$)

14

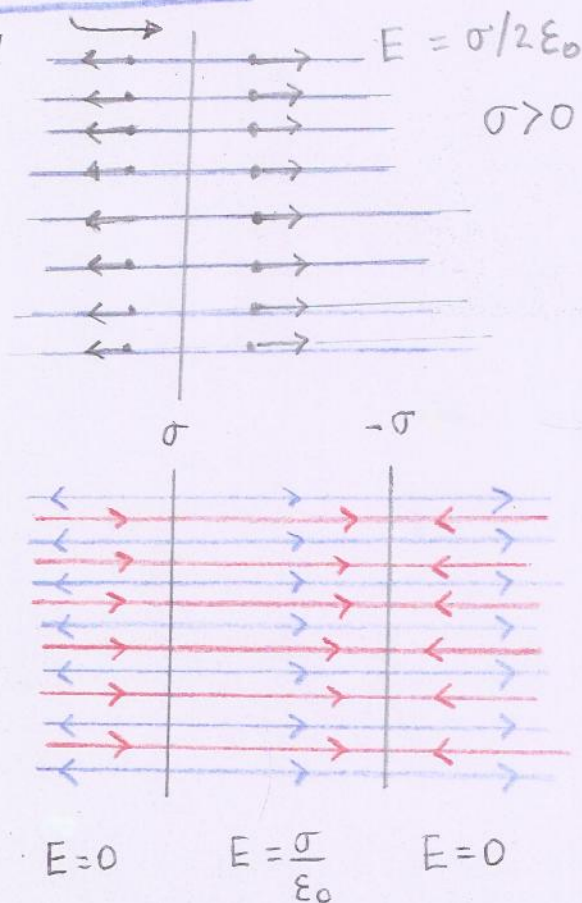
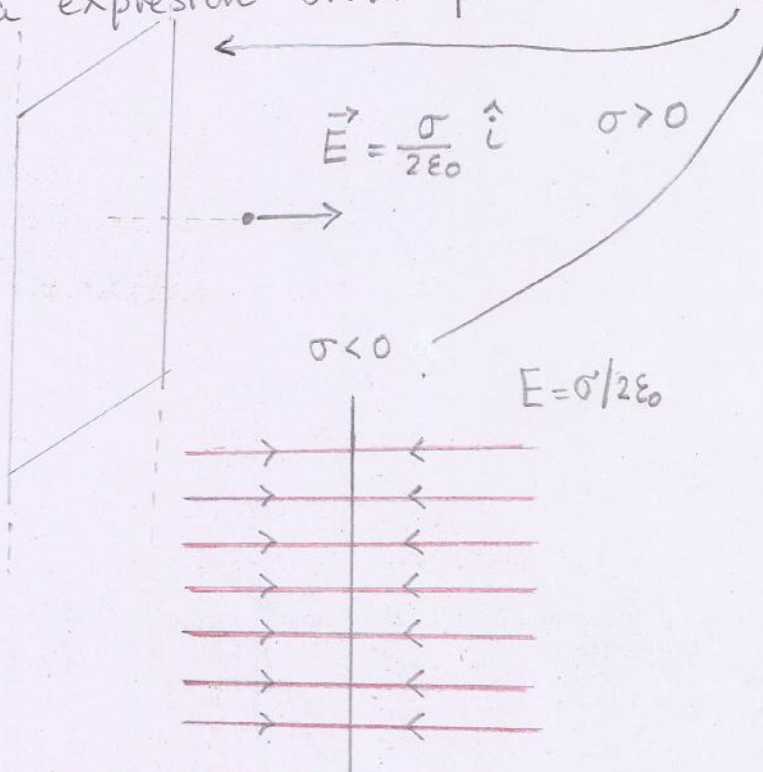


$$\vec{E}_{\text{disco}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + R^2}} \right) \hat{i}$$

Cuando $x \ll R$

$$\vec{E}_{\text{disco}} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \hat{i}$$

Esta expresión sirve para un plano infinito



Campo Eléctrico uniforme:
Líneas de $\vec{E}$ equidistantes
y paralelas.