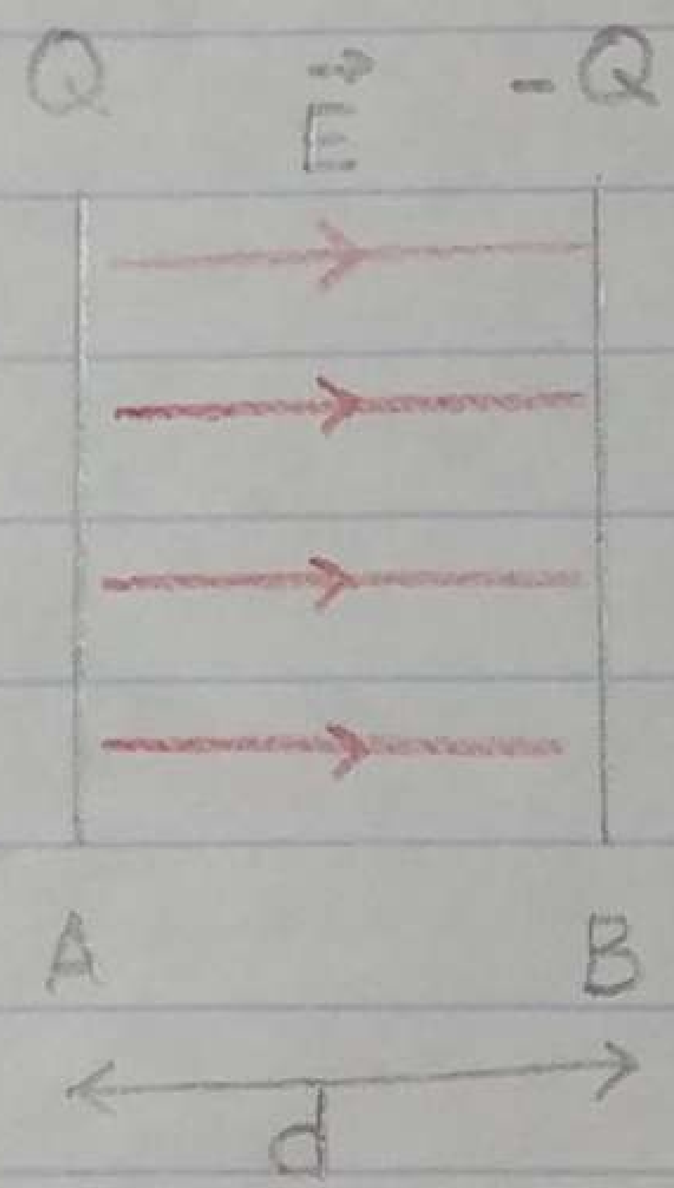
OBTENCIÓN DE LA FÓRMULA DE LA CAPACIDAD DE UN CONDENSADOR DE PLACAS PARALELAS



En la figura se muestra un condensador de placas paralelas cada una de área A, separadas por una pequeña distancia d. El condensador se ha cargado de forma que la placa A tiene una carga positiva Q y la placa B tiene una carga -Q. El potencial eléctrico de la placa A es V_A y el potencial eléctrico de la placa B es V_B.

Vamos a obtener la fórmula de la capacidad de este condensador.

Ya que la distancia d entre las placas es pequeña comparada con las dimensiones de las placas del condensador, el campo eléctrico $\vec{E}$ que existe entre las placas es igual al campo eléctrico de dos planos infinitos de carga tal como se ha demostrado en el curso y como puede verse en el ejemplo 21.13 (Capítulo 21) del libro de Sears-Zemansky, edición 11, pag. 817. De acuerdo a lo dicho, el campo $\vec{E}$ entre las placas es igual a

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\,\hat{i} \qquad (1)$$

donde σ es igual a la densidad de carga superficial de la placa A, es decir

$$\sigma = \frac{Q}{A} \qquad (2)$$

En la clase grabada # 14 se definió la capacidad de un condensador como

$$C = \frac{Q}{V_{AB}} \qquad (3)$$

donde V_{AB} es el voltaje del condensador que es igual a la diferencia de potencial eléctrico $V_{AB} = V_A - V_B$ (4).

En el capítulo 23 del Sears-Zemansky hemos aprendido que

$$V_A - V_B = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} \qquad (5)$$

Como $d\vec{r} = dx\,\hat{i} + dy\,\hat{j} + dz\,\hat{k}$ (6)

Usando (1), (5) y (6)

$$V_A - V_B = \int_A^B E_x \, dx \qquad (7)$$

donde $E_x = \sigma/\varepsilon_0$ (8)

Si σ es constante E_x es constante y entonces la ecuación (7) puede escribirse como

$$V_A - V_B = E_x \int_A^B dx = E_x (x_B - x_A) = E_x\, d \qquad (9)$$

La ecuación (9) dice que para calcular la diferencia de potencial eléctrico en el caso de un campo electrico unifame (o constante) hay que multiplicar la magnitud del campo, en este caso $E_x = \sigma/\varepsilon_0$, por la distancia d entre planos equipotenciales. En este caso, tanto la placa A como la placa B son planos equipotenciales, esto es, todos los puntos de la placa A tienen el mismo potencial V_A y todos los puntos de la placa B tienen el mismo potencial V_B.

Usando las ecuaciones (8) y (9)

$$V_{AB} = V_A - V_B = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d \qquad (10)$$

Manipulando las ecuaciones (2), (3) y (10)

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d} \qquad (11)$$

La ecuación (11) implica que la capacidad de un condensador de placas paralelas aumenta cuando la distancia d entre las placas disminuye. Por ejemplo, si se mantiene el área A de las placas constante y la distancia entre las placas se reduce a 1/4 de la distancia d, entonces la nueva distancia $d' = d/4$. Por lo tanto la nueva capacidad sería

$$C' = \frac{\varepsilon_0 A}{d'} = \frac{\varepsilon_0 A}{d/4} = 4\frac{\varepsilon_0 A}{d} = 4C \qquad (12)$$

La nueva capacidad C' es 4 veces mayor que la capacidad C original (antes de cambiar la distancia entre las placas).

La forma de obtener la capacidad de un condensador esferico y uno cilíndrico puede verse en los ejemplos 24.3 (pag. 912) y 24.4 (pag. 913) del libro de texto.

Es claro que la capacidad de un condensador de placas paralelas puede cambiarse si el área A de sus placas se cambia. Esto es, si aumenta A, aumenta C linealmente; y si disminuye A, disminuye C linealmente.
Otra forma de cambiar la capacidad es introduciendo un dieléctrico (aislante) entre sus placas.